Eine neue Methode

zur

Untersuchung

arbeitender Batterien.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

philosophischen Fakultät der Universität Rostock

vorgelegt

von

Ludwig von Orth

aus Heilbronn.

Berlin,

Druck von Leonhard Simion.

1887.

Referent: Herr **Prof. Dr. Matthiessen.**

Bei der praktischen Verwendung der hydroelektrischen Ketten sind die sogenannten Constanten derselben, die elektromotorische Kraft und der innere Widerstand, von grofser Bedeutung. Wie von verschiedenen Forschern durch zahlreiche und ausgedehnte Untersuchungen nachgewiesen worden ist, sind diese Constanten keine wirklich constanten Gröfsen, sondern vielmehr Funktionen des die Kette durchfliefsenden Stromes. Es ist demnach, genau genommen, eine Angabe dieser Constanten ohne gleichzeitige Namhaftmachung der dazu gehörigen Stromstärke unzulässig, zum mindesten aber ungenügend. Man ist indessen wohl stillschweigend übereingekommen, die für die elektromotorische Kraft und den inneren Widerstand ohne weiteren Zusatz angegebenen Werthe als die zur Stromstärke null gehörigen aufzufassen. Eine Bestimmung für die Stromstärke null ist indessen nur bei der elektromotorischen Kraft durch eine elektrostatische oder Kompensirungsmethode möglich, während bei der Bestimmung des inneren Widerstandes ein wenn auch noch so kleiner Strom die Kette passiren mufs; doch wird bei genügender Kleinheit des Stromes ohne erheblichen Fehler der gefundene Werth als der Stromstärke null entsprechend angenommen werden dürfen.

Die Constanten einer Batterie ändern sich indessen nicht nur mit der Stromstärke, sondern auch mit der Zeit, während welcher das Element Arbeit leistet, indem durch die sich dabei abspielenden elektrolytischen und chemischen Processe

die Ladungsflüssigkeiten, in vielen Fällen auch die Elektroden, stetig fortschreitende Veränderungen erleiden. Ohm[1]) sagt hierüber: „In der hydroelektrischen Kette treten, unmittelbar nach ihrem Entstehen, beinahe die ganze Zeit ihres Bestehens hindurch, Veränderungen ein, welche sie in jedem neuen Augenblick immer wieder zu einer anderen machen.“ Bieten dem Physiker hauptsächlich die bei dem Strome null vorhandenen Constanten und allenfalls noch die durch die Stromstärke hervorgerufenen Aenderungen derselben Interesse, so ist dies fast umgekehrt bei der Elektrotechnik der Fall. Wiedemann spricht sich vom Standpunkte der Physik aus folgendermafsen über die mit der Zeit eintretenden Veränderungen der Constanten aus[2]): „Bei den sogenannten constanten Elementen ändert sich ebenfalls, wenn auch viel langsamer, die Intensität der Ströme, indem sowohl die elektromotorische Kraft, als auch der innere Widerstand sich ändert .... Je nach der Konstruktion der Elemente, je nach der Quantität der verwendeten Lösungen, dem Abstande der Metallplatten von dem porösen Diaphragma, je nachdem sie horizontal über einander oder vertikal neben einander angebracht sind, je nachdem das poröse Diaphragma durchlässiger ist oder nicht u. s. f., können sich diese sehr complicirten Verhältnisse sehr verschieden gestalten. Eine genauere Verfolgung derselben bietet demnach nur in vereinzelten Fällen für bestimmte Zwecke praktisches Interesse dar.“ Diese bestimmten Zwecke liegen aber bei der Elektrotechnik fast ausnahmslos vor, und deshalb ist eine Verfolgung dieser Veränderungen für sie von der gröfsten Wichtigkeit. Die der Stromstärke null entsprechenden Werthe der Constanten sind für den Elektrotechniker fast vollkommen werthlos, da er wohl nie in die Lage kommt, ein Element mit dieser Stromstärke null zu beanspruchen, es handelt sich in den Fällen der Praxis vielmehr sehr häufig um recht erhebliche Stromstärken, wie es bei der Beleuch-

---

[1]) Schweigger's Journal 58 (1830) p. 395.

[2]) Wiedemann, Lehre von der Elektrizität Bd. I (1882) p. 791.

tung, Galvanoplastik, Elektromotorenbetrieb u. s. w. der Fall ist. Da nun die bei starkem Strome eintretenden Werthe der Constanten von den der Stromstärke null entsprechenden sehr erheblich abweichen, so sind nicht nur die ersteren für anzustellende Berechnungen vollkommen werthlos, sondern es hat auch schon in verschiedenen Fällen die unbedachte Benutzung derselben zu grofsem Irrthume über die Leistungsfähigkeit der Elemente für bestimmte praktische Zwecke geführt. Es sei hier nur das Kupferoxydelement von de Lalande und Chaperon erwähnt. Die wahrscheinlich elektrostatisch vorgenommene Messung hatte für die elektromotorische Kraft 0,8 Volt ergeben, der innere Widerstand war zu 0,035 Ohm bestimmt worden. Unter Benutzung dieser Werthe waren Effekts- und Kostenberechnungen für dieses Element für Beleuchtungs- und andere Zwecke angestellt worden und liefsen die praktische Brauchbarkeit desselben erhoffen. Die bei den nothwendigerweise anzuwendenden grofsen Stromstärken eintretende Abnahme der elektromotorischen Kraft war nach den im elektrotechnischen Laboratorium der technischen Hochschule zu Berlin vorgenommenen Messungen so erheblich, dafs von einer praktischen Brauchbarkeit dieser Elemente für die angegebenen Zwecke nicht mehr die Rede sein konnte; die Kosten für eine bestimmte Leistung im äufseren Schliefsungskreise beliefen sich z. B. nahezu auf das Doppelte der zuerst angestellten Berechnung. Wie schon erwähnt wurde, ist aber noch ein zweiter Punkt von der gröfsten Wichtigkeit für die Elektrotechnik und von oft allein ausschlaggebender Bedeutung in Hinsicht auf die praktische Brauchbarkeit eines Elementes. Es ist dies die mit der Zeit eintretende Veränderung der Constanten, wenn das Element mit einem durch die Art der Verwendung bestimmten, sich gleichbleibenden äufseren Widerstande geschlossen ist.

Eine Hauptfrage ist die nach der Zeit, während welcher, bei einmaliger Füllung, die elektromotorische Kraft des mit einem bestimmten äufseren Widerstande arbeitenden Elementes eine aus der Art der beabsichtigten Verwendung

sich herleitende Grenze nicht unterschreitet, der innere Widerstand eine ebenso festgestellte Grenze nicht übersteigt. Weitere wichtige Fragen sind die nach der Gesammt- und Nutzarbeit des Elementes und dem Verhältnifs beider, dem Nutzeffekt.

Die für eine durch die gegebene Gröfse des äufseren Widerstandes bestimmte Stromstärke geltenden Werthe der Constanten lassen sich durch eine einmalige Messung feststellen, während die mit der Zeit eintretenden Veränderungen wohl nur durch eine sogenannte Daueruntersuchung sich werden ermitteln lassen. Jeder Versuch auf anderem Wege, z. B. dem der Rechnung, diese Aufgabe zu lösen, dürfte bei den oft ziemlich complicirten Verhältnissen, sowie in Rücksicht auf verschiedene, noch nicht vollkommen aufgeklärte Vorgänge, wohl selten ein wirklich brauchbares und zuverlässiges Resultat geben, ganz abgesehen davon, dafs eine derartige Lösung einen ungleich gröfseren Aufwand an Zeit und Mühe erfordern würde. Es ist ja wohl möglich, durch eine einmalige Bestimmung der Constanten eines Elementes, unter Berücksichtigung der Zusammensetzung desselben, der Mengen der Erregungs- und Depolarisationssubstanzen, der Elektroden und ihrer Beschaffenheit, sowie aller besonderen Nebenumstände einen ungefähren Ueberblick über die Leistungsfähigkeit dieses Elementes unter bestimmten gegebenen Verhältnissen zu erlangen, eine genaue und präcise Auskunft über alle die verschiedenen oben genannten Punkte dürfte aber auf diesem Wege wohl kaum zu erwarten sein. Der einfachste und sicherste Weg ist jedenfalls der bei den Daueruntersuchungen eingeschlagene. Man läfst das Element genau unter den Bedingungen arbeiten, unter welchen es in der Praxis verwendet werden soll, und bestimmt während dieser Arbeit in gewissen, womöglich gleichen Zeiträumen die Constanten. Vereinigt man die so erhaltenen Zahlen zu einem Diagramm, dessen Abscissen der Zeit entsprechen, dessen Ordinaten aber die Constanten, resp. die aus ihnen abgeleiteten Gröfsen, z. B. Stromstärke, Arbeit u. s. w. sind, so lassen sich alle die obengestellten Fragen mit grofser

Leichtigkeit und auf den ersten Blick aus diesem Diagramm beantworten. Ein solches Diagramm läfst auch Messungsfehler erkennen und giebt ein aufserordentlich übersichtliches und klares Bild von den Vorgängen und Veränderungen, die in dem Element während seiner Arbeit auftreten. Ja, es dürfte ein derartiges Diagramm sogar dazu dienen können, um Mängel und Fehler in der Konstruktion der Elemente erkennen zu lassen, die sonst wohl schwerer aufzufinden wären, und so der Vervollkommnung der Batteriekonstruktionen hülfreiche Dienste leisten.

Derartig angestellte Untersuchungen sind bis jetzt wohl verhältnifsmäfsig wenige ausgeführt worden, da sie dem Physiker zu geringes Interesse bieten, die Elektrotechnik aber, für die sie doch von grofser Wichtigkeit und Bedeutung sind, bei ihrer so stürmisch fortgeschrittenen Entwickelung bis jetzt noch nicht die nöthige Ruhe für solche Untersuchungen und die praktische Ausbildung der ihnen dienenden Methoden gefunden hat.

Die von Physikern angestellten Untersuchungen über den Verlauf der Aenderung der Constanten befassen sich meistens, wie dies z. B. in den Arbeiten von Mazotto, Stepanoff, Petruchschefski, Fromme, Buff und anderen der Fall ist, mit einzelnen, hauptsächlich für den Physiker interessanten Punkten. Soweit mir die Arbeiten dieser Forscher, theils im Original, theils in Auszügen, zur Verfügung standen, und ich dieselben verfolgen konnte, handelt es sich dabei meist um die Untersuchung des Einflusses der Stromstärke auf elektromotorische Kraft und inneren Widerstand, um die Feststellung der dabei durch zeitweiliges Oeffnen der Kette, Erschüttern der Elektroden u. s. w. hervorgerufenen Modifikationen; es wird untersucht, wie sich elektromotorische Kraft und innerer Widerstand während der ersten Zeit des Schlusses ändern, wie rasch sie sich einem Grenzwerthe nähern u. s. w. u. s. w. Soweit mir bekannt ist, hat nur Mazotto [1]) Versuche in einer dem oben

[1]) Mazotto, Atti di Torino 16, 1880, p. 103 ff.

angegebenen Verfahren der Dauеruntersuchung entsprechenden Weise angestellt.

Was die Untersuchungen der Elektrotechnik anlangt, so haben sich dieselben bis jetzt wohl hauptsächlich auf die Sekundär-Elemente beschränkt, was auch wohl darin seinen Grund hatte, dafs in Folge der rapiden Entwickelung der Dynamomaschinen die galvanischen Primärbatterien von den letzteren eine Zeit lang fast ganz verdrängt zu werden schienen, so dafs derartige Untersuchungen geringeren praktischen Nutzen gehabt hätten. Nachdem nun aber in der letzten Zeit die galvanischen Ketten, sowohl Primär- als auch Sekundär-Batterien, wieder erhöhte Bedeutung erlangt haben, da das Problem der Fortleitung grofser Elektrizitätsmengen auf weite Strecken seine erhoffte definitive Lösung noch nicht gefunden hat, so dürfte eine Zusammenstellung und Kritik der bisher bekannten Methoden, die bei Dauеruntersuchungen zur Bestimmung der Constanten dienen können, sowie die Mittheilung einer neuen, speciell für die Praxis bestimmten, von einigem allgemeineren praktischen Interesse sein.

Die Dauer-Untersuchung.

Wie schon erwähnt, erfordert die Dauеruntersuchung in einem bestimmten Zeitpunkte die Messung der Constanten, der elektromotorischen Kraft (E) und des inneren Widerstandes (w_i). Da die Stromstärke in sehr einfacher Beziehung zu ihnen steht, und sich deren Bestimmung bei Einschaltung eines Strommefsapparates in den äufseren Schliefsungskreis viel leichter und rascher bewerkstelligen läfst als die Messungen der Constanten, so wird man mit Vortheil eine derselben durch die Strommessung ersetzen, so dafs noch die Aufgabe übrig bleibt, entweder elektromotorische Kraft oder inneren Widerstand zu bestimmen.

Wie schon in der Einleitung erwähnt, sind die Gröfsen der Constanten von verschiedenen Umständen abhängig. Abgesehen von den durch äufsere Einflüsse, z. B. Erwärmung, sich herleitenden Veränderungen, sind sie Funktionen erstens des das Element durchfliefsenden Stromes und zweitens der Zeit, welche seit Beginn der Arbeit des Elementes verflossen ist. Da nun eine Bestimmung von E oder w_i bei geschlossener Kette stets eine Veränderung der Stromstärke voraussetzt, so ergiebt sich nach dem eben Gesagten, dafs eine absolut genaue Bestimmung der Constanten nicht zu erreichen ist, vielmehr wird der aus den Messungen bestimmte Werth weder der wahren Gröfse bei der einen noch der anderen Stromstärke entsprechen, sondern einer zwischen beiden liegenden angehören.

Bei allen Messungen nach den bis jetzt angewandten Methoden wird ja eigentlich vorausgesetzt, dafs die Werthe von E und w_i sich nicht mit der Stromstärke ändern, sondern bei beiden Messungen denselben Werth haben. Je erheblicher diese Aenderung mit der Stromstärke ist, desto gröfser wird der auf diese Weise entstehende Fehler sein. Ohm[1]) hat bereits in seiner Abhandlung über die hydroelektrische Kette darauf aufmerksam gemacht: „. . . . denn Jeder, der es wagt, aus solchen Resultaten Folgerungen zu ziehen, die jenen einen unveränderten Zustand der Kette ausdrücklich oder stillschweigend voraussetzen, läuft Gefahr, in Irrthum zu verfallen, und nicht selten in die schroffsten Widersprüche sich zu verwickeln.“

Diese derart bestimmten Werthe der Constanten sind aber nicht nur abhängig von den beiden Stromstärken, sondern auch von der Zeit, welche die beiden Messungen erforderten. Wie bekannt und experimentell schon oft nachgewiesen, nehmen die Constanten den ihnen bei einer bestimmten Stromstärke zukommenden Werth nicht in demselben Augenblick an, in welchem diese Stromstärke hergestellt wurde, gebrauchen vielmehr dazu eine gewisse, wenn auch

---

[1]) Schweigger's Journal 58 (1830) p. 396.

im Allgemeinen sehr kleine Zeit, während welcher der erste Werth continuirlich wachsend oder fallend in den zweiten übergeht. Wird also die zweite Messung in verschieden langer Zeit nach der ersten vorgenommen, so ergeben sich ganz verschiedene Resultate. Eine Methode zur Bestimmung der Constanten einer arbeitenden Kette wird demnach um so genauere, der ersten Stromstärke entsprechende Werthe ergeben, je geringer erstens die Aenderung der Stromstärke und je kleiner zweitens die Zeit dieser Aenderung ist.

Die erste Maſsregel, die Verminderung der Stromstärkenänderung, findet ihre Grenze durch die Empfindlichkeit der zur Verfügung stehenden Instrumente; man wird selbstverständlich diese Verminderung nicht so weit treiben, daſs dadurch vielleicht beim Messen ein Fehler entsteht, gröſser als der, welchen man verhüten wollte. Die zweite Maſsregel, möglichste Beschränkung der zur zweiten Messung verwendeten Zeit, wird sich im Allgemeinen wohl nur bei den auf sogenannten Nullmethoden beruhenden Bestimmungen ausführen lassen.

Da es bei den Daueruntersuchungen besonders darauf ankommt, die Constanten bei einer bestimmten Stromstärke zu messen, so wird man hierauf bei der Auswahl der Methoden das gröſste Gewicht legen müssen. Aber auch noch von einem zweiten Gesichtspunkte aus ist eine möglichst geringe und möglichst kurze Zeit andauernde Aenderung der Stromstärke zu Meſszwecken erwünscht. Es ist bei der Daueruntersuchung ja verlangt, das Element mit einem ganz bestimmten, gegebenen äuſseren Widerstande und einer sich daraus herleitenden Stromstärke zu beanspruchen, jede Aenderung dieser Stromstärke ist also, genau genommen, unzulässig; da diese Aenderungen indessen zu den Messungen unbedingt nothwendig sind, so wird man wenigstens suchen, sie so gering und kurz andauernd als möglich zu machen.

Die zur Bestimmung von E und w_i bis jetzt aufgestellten Methoden sind besonders in Hinsicht auf die vielen, theils praktisch verwendeten, theils nur angegebenen Modificationen sehr zahlreich. Trotzdem nun mehrere dieser Methoden,

z. B. die der Bestimmung von w_i vermittelst Wechselströme oder die Fuchs'sche Methode unter Benutzung eines Elektrometers, auch bei Anwendung auf die Daueruntersuchung sehr genaue Messungen gestatten, erfüllt doch keine einzige von ihnen die von der Praxis gestellten Anforderungen. Die Praxis verzichtet gern auf eine wissenschaftliche Genauigkeit der Messungen und legt das Hauptgewicht auf Einfachheit der Handhabung und vor allem der Instrumente. Elektrometer und Spiegelgalvanometer sind Instrumente des Physikers, der mit Hülfe derselben die für wissenschaftliche Zwecke erforderte Präcision der Messungen erreicht, sie sind aber keine Instrumente, die der Elektrotechniker in seinem Laboratorium verwenden kann. Dieser ist vielmehr aus den verschiedensten Rücksichten gezwungen, sich möglichst einfacher und wohlfeiler Instrumente zu bedienen, verlangt aber dafür auch nur eine Genauigkeit, die einem Fehler von 2 bis 3% entspricht.

Bei Anwendung der in der elektrotechnischen Praxis üblichen Instrumente ermöglicht aber keine der bis jetzt existirenden Methoden die Erreichung dieser Genauigkeit, wie sogleich nachgewiesen werden wird, so dafs man bis jetzt gezwungen war, sehr empfindliche und kostbare Instrumente anzuwenden, wenn man nicht so erhebliche Fehler, wie sie selbst die Praxis nicht mehr gestatten kann, mit in den Kauf nehmen wollte. Ich habe mir nun die Aufgabe gestellt, eine Methode zu finden, die es bei Anwendung des allereinfachsten Instrumentes, wie es in jedem mit noch so geringen Mitteln ausgestatteten elektrotechnischen Laboratorium zu finden ist, ermöglicht, den Anforderungen der Praxis in jeder Hinsicht Genüge zu leisten, und glaube, dafs die weiter unten angegebene Methode in der That den vorliegenden praktischen Bedürfnissen entsprechen wird. Da zur Feststellung der Fehler bei den einzelnen Methoden die Ermittellung der genauen Werthe erfolgen mufste, mir aber diejenigen Instrumente nicht zur Verfügung standen, welche bei den oben erwähnten Methoden zur Erreichung einer grofsen Genauigkeit nothwendig sind, so benutzte ich hierzu ebenfalls die neue Methode unter Anwendung eines sehr empfindlichen Instrumentes, da mir hier-

durch gleichzeitig Gelegenheit geboten wurde, zu zeigen, dafs diese Methode dann auch eine den Anforderungen der Wissenschaft genügende Genauigkeit zu erreichen gestattet, die anderen Methoden aber in Hinsicht auf Einfachheit der Handhabung wohl übertreffen dürfte.

Ehe ich jedoch zur Besprechung dieser neuen Methode selbst übergehe, wird der Nachweis zu erbringen sein, dafs in der That keine der bis jetzt bekannten Methoden die Anforderungen der Praxis befriedigt.

Methoden zur Bestimmung der Constanten.

Von den 26 gebräuchlichsten Methoden [1]) ist zunächst aus prinzipiellen Gründen eine Anzahl auszuscheiden. Es sind dies alle diejenigen, bei welchen die elektromotorische Kraft bei stromlosem Zustande des Elementes bestimmt, und eine zweite Stromquelle in den Schliefsungskreis des zu untersuchenden Elementes gebracht wird, da bei der Daueruntersuchung erstens die Bestimmung der Constanten bei dem gegebenen Strom verlangt und zweitens die Einfügung eines unbekannten und dazu noch variablen Widerstandes in den äufseren Schliefsungskreis aus naheliegenden Gründen unzulässig ist. Es sind also prinzipiell nicht brauchbar für die Daueruntersuchung folgende Methoden:

Zwei von den Wheatstone'schen Methoden (w_i) [2])
Siemens'sche Methode (w_i) [3])
von Waltenhofens Methode (w_i) [4])
von Beetz's Methode (w_i) [5])

---

[1]) Am Schlusse ist eine Literatur-Uebersicht gegeben, welche auch die weniger bekannten Methoden resp. Modifikationen berücksichtigt.

[2]) Poggendorff's Annalen Bd. 62 p. 526 ff.

[3]) Siemens, Anweisung zum Gebrauch des Universalgalvanometers.

[4]) Poggendorff's Annalen Bd. 134 p. 218 ff.

[5]) „ „ Bd. 142 p. 573 ff.

Fuchs'sche Methode (w_i)[1])
Fechner'sche Methode (E)[2])
Regnauld's Methode (E)[3])
Poggendorff'sche Compensationsmethode (E)[4])
Du Bois-Reymond's Methoden (E)[5])
Bosscha's Methode (E)[6])

Von den 15 übrig bleibenden Methoden wird man von vornherein auch noch diejenigen ausschliefsen, welche bei einer umständlicheren und zeitraubenden Handhabung nur denselben oder gar noch einen geringeren Grad von Genauigkeit gestatten, als eine einfachere Methode. Zu dieser Klasse gehören die sieben hier angeführten, doch scheint mir eine etwas eingehendere, wenn auch möglichst kurze Begründung für die Ausschliefsung nothwendig.

Die Wheatstone'schen Methoden.

Von den fünf von Wheatstone[7]) angegebenen Methoden zur Bestimmung von w_i waren zwei bereits ausgeschlossen. Bei der dritten Methode wird die Widerstandsbestimmung in der Weise vorgenommen, dafs durch Verminderung des äufseren Widerstandes von W_1 auf W_2 die Stromstärke genau auf das Doppelte der ersten gebracht wird; der innere Widerstand ergiebt sich hieraus als $w_i = W_1 - 2\,W_2$. Diese Methode ist im Grunde genommen die Ohm'sche, bei welcher die beiden Stromstärken genau das Verhältnis 1 : 2 haben. Setzt man in den Formeln der Ohm'schen Methode $J' = {}^1/_2 J$, so ergeben sich selbstverständlich die der Wheatstone'schen.

Wheatstone erreicht die Messung der zweiten Stromstärke auf einfache Weise dadurch, dafs er parallel zu dem

---

[1]) Wiedemann's Annalen Bd. 21 p. 274 ff.
[2]) Poggendorff's Annalen Bd. 45 p. 165 ff.
[3]) Annales de Chimie et Phys. (1855) Bd. 45 p. 453.
[4]) Poggendorff's Annalen Bd. 54 p. 161.
[5]) Abhandlungen d. Berliner Akademie (1862) p. 707.
[6]) Poggendorff's Annalen Bd. 94 p. 172.
[7]) „ „ Bd. 62 p. 526 ff.

Galvanometer einen Draht von dem Widerstande des Galvanometers schaltet, letzteres also in beiden Fällen gleichen Ausschlag zeigen mufs. Die vierte und fünfte Methode sind nur Modifikationen der dritten.

Da sich bei der Ohm'schen Methode, die später eingehender besprochen wird, die Stromstärken gewöhnlich auch ungefähr wie 1 : 2 verhalten[1]), so würden also die Wheatstone'schen Methoden dieselben Nachtheile haben, wie erstere. Dazu kommen noch zwei neue. Da eine bestimmte Stromstärke bei den zweiten Messungen eingestellt werden soll, so ist diese zweite Messung natürlich viel zeitraubender als bei der Ohm'schen Methode, und dadurch wird zweitens auch der Fehler vergröfsert, der durch eine andere als die vorgeschriebene Beanspruchung des Elementes entsteht. Es wäre also für eine Daueruntersuchung die Ohm'sche Methode den Wheatstone'schen immer noch vorzuziehen. Die von Wheatstone zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente angegebene Methode ist den eben genannten sehr ähnlich und findet aus denselben Gründen keine Verwendung für den vorliegenden Zweck.

Methode von Thomson.

Bei der von Thomson[2]) angegebenen Methode zur Bestimmung des inneren Widerstandes soll mit Rücksicht auf die Genauigkeit der Messung der Zweigwiderstand R (Fig. 1) kleiner als w_i gemacht werden[3]), die Differenz der beiden Stromstärken ist daher sehr erheblich, was sowohl in Hinsicht auf die Abhängigkeit von E und w_i von der Stromstärke, als auch in Hinsicht auf die unprogrammäfsige Beanspruchung des Elementes von grofsem Nachtheil ist. Da aufserdem die zweite Messung wiederum die zeitraubende Einstellung auf eine bestimmte Stromstärke erfordert, so ist auch diese Methode der Ohm'schen nachzustellen.

---

[1]) Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik (1884) p. 255.
[2]) Mouton, Journal de Physique 5, p. 144 (1876),
[3]) Kempe, Handbuch der Elektrizitätsmessungen p. 60.

Methode von Discher.

Bei der Methode von Discher[1]) wird der innere Widerstand eines Elementes in folgender Weise bestimmt (Fig. 2). Es bezeichnet E das zu untersuchende Element, a_1 und a_2 die beiden parallel geschalteten Windungsrollen eines Galvanometers, die gleichen Widerstand und gleiche Wirkung auf die Nadel haben und vom Strome so durchflossen werden, dafs sich diese Wirkungen addiren, r einen veränderlichen Widerstand; bei C kann eine Verbindung der beiden Stromkreise hergestellt werden. Zunächst durchfliefst der Strom, wenn C offen ist, nur a_1 und wird der Nadel des Instrumentes eine gewisse Ablenkung ertheilen. Stellt man jetzt bei C die Verbindung her und bringt durch Veränderung von r wieder die Ablenkung der Nadel auf die erste Gröfse, so ist der innere Widerstand des Elementes $w_i = r$. Aus diesem Grunde ist die Stromzunahme bei der zweiten Messung wieder sehr grofs, und das ebenfalls nothwendige Einstellen auf bestimmte Stromstärke ergiebt dieselben Gründe für die Ausschliefsung wie bei den vorhergehenden Methoden.

von Lang's Methode.

Nach der von v. Lang angegebenen Methode[2]) bestimmt man den inneren Widerstand einer aus einer geraden Anzahl Elemente bestehenden Batterie in der Weise (Fig. 3), dafs man im äufseren Schliefsungskreise den Punkt gleichen Potentials zum Halbirungspunkte der Batterie aufsucht und dann in der Wheatstone'schen Brücke den Widerstand zwischen diesen beiden Punkten wie den eines stromlosen Leiters bestimmt, woraus man den inneren Widerstand der Batterie berechnen kann, falls der Widerstand des äufseren Schliefsungskreises bekannt ist. Diese Methode läfst sich anscheinend für den vorliegenden Zweck aufserordentlich gut verwenden, doch treten bei der praktischen Ausführung solche Schwie-

[1]) Zeitschrift für Mathematik und Physik, 23. Bd. (1878) p. 138.
[2]) Centralblatt für Elektrotechnik VII, p. 443.

rigkeiten auf, dafs von der Benutzung derselben gänzlich abgesehen werden mufs. Zunächst ist noch zu bemerken, dafs diese Methode mindestens zwei ganz gleiche Exemplare des zu untersuchenden Elementes erfordert; sie kann also ohne Weiteres keine Verwendung finden, wenn nur eines zur Verfügung steht.

Die auftretenden Uebelstände sind folgende. Da sich der innere Widerstand der Elemente fortwährend verändert, so ist es sehr schwierig, den zum Verbindungspunkte beider Elemente gehörigen Punkt gleichen Potentials zu finden, oder genauer gesagt, dieser Punkt verändert fortwährend seine Lage im äufseren Schliefsungskreis. Dies tritt immer dann ein, wenn sich der innere Widerstand eines Elementes anders verändert als der des zweiten, und es genügt z. B. schon das Loslösen einer an den Elektroden haftenden Gasblase, um den Punkt auf dem äufseren Schliefsungskreise um ein kleines Stück zu verschieben, dann aber durchfliefst die Wheatstone'sche Brücke sofort ein, wenn auch ganz geringfügiger Strom, welcher aber den ebenfalls sehr schwachen Mefsstrom schon derartig beeinflufst, dafs eine Widerstandsmessung unmöglich wird. Man ist schon gezwungen, einen ziemlich starken Mefsstrom und ein ziemlich unempfindliches Galvanometer anzuwenden. Dadurch aber wird erstens der Einflufs des Mefsstromes auf das zu untersuchende Element schon merklich und zweitens die Genauigkeit der Widerstandsmessung doch ziemlich gering. Ein weiterer Uebelstand tritt noch dadurch hinzu, dafs der bei der Bestimmung in der Wheatstone'schen Brücke begangene Fehler sich in Bezug auf den inneren Widerstand vervierfacht. Bezeichnet W den in der Brücke gemessenen Widerstand, so ist $w_i = 4\ W - w_l$, somit ist auch der Fehler von w_i = dem vierfachen des bei der Bestimmung von W begangenen.

Ich habe es mit einem sogar ziemlich unempfindlichen Instrument, wie es für eine einigermafsen genaue Widerstandsbestimmung schon kaum mehr zu brauchen ist, versucht, einige Messungen nach dieser Methode auszuführen,

doch war dies auch damit leider nicht möglich. Der innere Widerstand der beiden Elemente änderte sich bei der durch die Daueruntersuchung gegebenen starken Beanspruchung so rasch, dafs der Strom in dem Galvanometer fast nie gänzlich auf null herabgebracht werden konnte. War dies indefs doch nach langen Bemühungen einigermafsen gelungen, so genügten die in etwa 2—3 Sekunden eintretenden Veränderungen, um bereits wieder einen Ausschlag der Nadel von 20° hervorzubringen, so dafs an eine Widerstandsmessung nicht zu denken war. Die geringste Erschütterung, entstanden durch leichtes Anblasen der Elektroden, erzielte sofort eine Ablenkung von 40—50°. Bedenkt man, dafs das Brückengalvanometer jedenfalls nicht empfindlicher sein darf, als dasjenige, mit welchem der Punkt im äufseren Schliefsungskreise aufgesucht wird, damit es von einem aus den untersuchten Elementen kommenden Strom nicht zu stark beeinflufst wird, bedenkt man ferner, dafs sich jeder bei der Widerstandsmessung begangene Fehler in Bezug auf w_i vervierfacht, so ersieht man leicht, dafs der Bestimmung des inneren Widerstandes ein so grofser Grad von Ungenauigkeit anhaften mufs, dafs sie vollkommen illusorisch wird.

Es bleiben somit noch acht Methoden übrig, die für Daueruntersuchungen Anwendung finden können. Soweit mir dies möglich war, habe ich diese Methoden hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit für die Daueruntersuchung einer experimentellen Prüfung unterzogen und bei verschiedenen Zuständen des Elementes die Gröfse des entstehenden Fehlers bestimmt. Ehe ich jedoch hierzu übergehe, ist es nothwendig, einiges über das Versuchselement zu sagen.

Das Versuchselement.

Alle Untersuchungen sind mit einem Bunsen-Element angestellt, bei welchem Chromsäure als Depolarisator diente. Es wurde gerade dieses Element gewählt, weil dasselbe in der praktischen Elektrotechnik sehr häufige Verwendung findet und für die Dauer von einigen Stunden als ziemlich constant gilt. Selbstverständlich würden die Fehler bei der Bestimmung der Constanten durch die verschiedenen Methoden keinen so hohen Betrag erreicht haben, wenn ein noch constanteres Element, z. B. Daniell, für die Versuche gebraucht worden wäre; wenn es sich aber um eine Daueruntersuchung mit einem noch gänzlich unbekannten Elemente handelt, so kann man doch nicht von vornherein annehmen, dasselbe sei so constant, dafs die in Folge der Stromzunahme auftretenden Veränderungen der Constanten nur sehr gering sind und keinen merklichen Fehler bedingen, sondern man mufs eine Methode wählen, welche von der Constanz des Elementes möglichst unabhängig ist. Da es nun wenig für praktische Anwendung geeignete Elemente geben dürfte, welche eine gröfsere Constanz als das Bunsen-Element mit Chromsäure besitzen, und solche mit erheblich geringerer Constanz wohl keine Verwendung finden werden, so dürften eben die bei Anwendung eines solchen Bunsen-Elementes ermittelten Fehler einen Durchschnittswerth besitzen, und auf die Bestimmung eines solchen kommt es bei einem Vergleiche ja gerade an.

Das Element (Fig. 4) bestand aus einem amalgamirten Zinkcylinder in verdünnter Schwefelsäure, in welchem die Chromsäure-Lösung enthaltende Thonzelle mit der Kohle stand. Der Zinkcylinder bestand aus gutem Walzblech von 4 mm Stärke und hatte einen inneren Durchmesser von 81 mm bei 177 mm Höhe; die Thonzelle hatte eine durchschnittliche Wandstärke von 3,5 mm, 65 mm inneren Durchmesser und 181 mm Höhe; die Kohle war 24 mm dick, 50 mm breit und 210 mm hoch. Zink und Kohle waren aus der Telegraphenbauanstalt von Keiser & Schmidt in Berlin, die

Thonzelle von Hülsmann in Altenbach bezogen. Die verdünnte Schwefelsäure bestand aus 19 Raumtheilen Wasser und 1 Raumtheil Schwefelsäure vom specif. Gewicht 1,845. Es wurden bei jeder Füllung 525 ccm eingegossen, so dafs die Flüssigkeitshöhe im Element 165 mm betrug. Die Chromsäurelösung war nach der Buff'schen Vorschrift aus 12 Gewichtstheilen saurem chromsaurem Kali, 25 Gewichtstheilen Schwefelsäure vom specifischen Gewicht 1,845 und 100 Gewichtstheilen Wasser hergestellt; es wurden bei jeder Füllung 340 ccm eingegossen, so dafs die Höhe der Flüssigkeit in der Thonzelle 150 mm war. Die obere Fläche des Bodens der Thonzelle befand sich 5 mm über der des äufseren Gefäfses, so dafs also das Niveau der verdünnten Schwefelsäure 10 mm höher lag als das der Chromsäure. Beide Ladungsflüssigkeiten waren in gröfserer Quantität hergestellt worden und wurden sorgfältig verschlossen aufbewahrt, so dafs wohl mit Sicherheit anzunehmen ist, dafs sie bei allen Füllungen gleiche Zusammensetzung hatten. Vor dem Zusammensetzen wurden jedes Mal alle Contaktstellen sorgfältig gereinigt, der Zinkcylinder frisch amalgamirt; Thonzelle und Kohle waren sehr gut ausgewaschen. Die nach dem Auswaschen getrocknete Thonzelle wurde $^1/_2$ Stunde vorher mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllt, so dafs sie bei Beginn des Versuches schon vollständig mit derselben getränkt war. Beim Zusammensetzen wurden Elektroden und Thonzelle immer genau in dieselbe gegenseitige Lage gebracht und durch Einstecken von Holzkeilen in derselben festgehalten, so dafs während des Versuches eine zufällige Veränderung ihrer Stellung ausgeschlossen war.

Die Kohle war ein sehr gleichmäfsiges, aus Retortenkohle geschnittenes Stück, dessen eines Ende, das die Klemme trug, mit einem Paraffinüberzug versehen war.

Auf die Auswahl der Thonzelle wurde besondere Sorgfalt verwendet, um einen Mittelwerth des inneren Widerstandes zu erhalten. Von 25 tadellosen, gleichmäfsig starken Thonzellen, die aus etwa 100 Stück von gleicher Gröfse ausgesucht waren, wurden 10 Stück ausgewählt, die durch ihren

Klang verriethen, dafs sie etwa alle unter den 25 Stück vorkommenden Abstufungen der Brennhärte vertraten. Diese 10 Stück wurden in Bezug auf ihre Porosität zwei Versuchen unterworfen, welche die Durchlässigkeit für Flüssigkeiten (Wasser) und für Gase (Wasserstoff) erkennen lassen sollten. Zur Bestimmung der Durchlässigkeit für Wasser wurden die Thonzellen mit einer solchen gemessenen Menge Wasser gefüllt, dafs dasselbe in allen Zellen gleich hoch stand, und dann unter Glasglocken gestellt, um eine Verdunstung zu verhüten. Nach einer bestimmten Zeit wurde die Menge des ausgeflossenen Wassers gemessen und die Durchlässigkeit darnach bestimmt. Das Mittel aus 6 ziemlich gut übereinstimmenden Versuchen ergab, dafs die Durchlässigkeit der einzelnen Zellen ziemlich verschieden war; die Maximaldifferenz zwischen 2 Exemplaren betrug 28%. Für Wasserstoff wurde die Bestimmung in folgender Weise vorgenommen. Die zu untersuchende Thonzelle wurde mit einem Stopfen verschlossen und der Verschlufs durch einen Paraffinüberzug luftdicht gemacht. Durch den Stopfen (Fig. 5) führten 2 Glasröhren, die eine bis zum Boden der Zelle, die andere eben durch den Stopfen hindurch. Die letztere war etwa 1 m lang und trug eine 750 mm lange Skala, das nach unten stehende freie Ende der Röhre tauchte etwa 10 mm tief in ein weites mit gefärbtem Wasser gefülltes Gefäfs eben bis zum Nullpunkt der Skala ein. Aus einem Gasometer wurde unter möglichst constantem Druck ein Wasserstoffstrom durch die bis zum Boden der Zelle reichende Röhre eingeführt, während die verdrängte Luft und der überschüssige Wasserstoff durch die lange Röhre entweichen konnten. Zur Absorption des Wasserdampfes passirte der Gasstrom vor Eintritt in die Zelle ein Chlorcalciumrohr. Es wurde nun ein so grofse gemessene Menge Gas durch die Zelle geschickt, dafs eine ziemlich vollständige Verdrängung der Luft vorausgesetzt werden konnte, und dann plötzlich der Zufluſs abgeschnitten. Der in der Zelle befindliche Wasserstoff diffundirte durch dieselbe, und in Folge der hierbei entstehenden Verdünnung wurde in der langen Glasröhre das Wasser

in die Höhe gesaugt. Dasselbe stieg sofort nach Abschluſs des Gasstromes sehr rasch bis zu einer an der Skala abgelesenen Höhe und fiel dann langsam wieder zu seinem ersten Niveau herab. Die Höhe der angesaugten Wassersäule wurde als Maaſs der Durchlässigkeit der Zelle für den Wasserstoff angesehen. Das Mittel aus ebenfalls 6 Versuchen ergab eine etwas andere Durchlässigkeit der Thonzellen für den Wasserstoff als für das Wasser. Die gröfste Differenz zwischen zwei Thonzellen betrug etwa 35%. Von den 10 Zellen wurde zur Benutzung für das Versuchselement nun diejenige gewählt, welche sowohl für Wasser als auch für Wasserstoff im Vergleich mit den übrigen eine mittlere Durchlässigkeit zeigte.

Vergleich der für die Daueruntersuchung anwendbaren Methoden.

Für die Daueruntersuchung waren nach Ausscheidung der übrigen noch acht der bisher zur Bestimmung von E und w_i angewandten Methoden übrig geblieben. Drei von diesen gestatten eine sehr grofse Genauigkeit, verlangen aber die Anwendung sehr feiner und kostbarer, für die Elektrotechnik durchaus nicht geeigneter Instrumente. Es sind dies:

1. Die Methoden zur Bestimmung von E auf elektrostatischem Wege.

Mit Hülfe eines Elektrometers lassen sich die für die Daueruntersuchung nöthigen Bestimmungen den gestellten Anforderungen genau entsprechend ausführen. Man schliefst das Element durch w_l und bestimmt mit dem Elektrometer die Potentialdifferenz an den Enden von w_l, woraus der Strom berechnet wird. Soll E bestimmt werden, so bedient man sich einer Vorrichtung, welche w_l unterbricht, einen Moment darauf das Elektrometer für einen Augenblick an die Pole

der nunmehr geöffneten Kette legt und dann sofort wieder das Element durch w_1 schliefst. Je kürzer die Zeit zwischen dem Unterbrechen des äufseren Schliefsungskreises und dem Anlegen und Wiederabnehmen des Elektrometers wird, desto genauer wird selbstverständlich der ermittelte Werth dem bei Stromschlufs wirklich vorhandenen entsprechen. Da man nun durch geeignete Vorrichtungen diese Zeit fast beliebig kurz machen kann, so kann man also auch eine sehr grofse Genauigkeit erreichen. Fuchs hat eine derartige Methode angegeben.[1]) Leider stand kein Elektrometer zur Verfügung, so dafs vergleichende Messungen mit dieser Methode nicht ausgeführt werden konnten.

2. Die Methoden zur Bestimmung des inneren Widerstandes, die auf der Benutzung von Wechselströmen beruhen.

Von Kohlrausch und Nippold[2]) ist zuerst das Verfahren angegeben worden, unter Benutzung von Wechselströmen in der Wheatstone'schen Brücke den Widerstand von Flüssigkeiten zu ermitteln. Dieses Verfahren ist seitdem in mannigfacher Weise abgeändert und vereinfacht worden und wird häufig zur Bestimmung des inneren Widerstandes von Batterien angewendet. Als besonders einfache Modification dürfte die Anwendung des Telephones an Stelle des Elektrodynamometers gelten, wie sie auch von Kohlrausch[3]), Wietlisbach[4]), Lefs[5]), Hallwachs[6]) benutzt worden ist. Für die Daueruntersuchung dürfte sich diese Methode ebenfalls sehr gut eignen, wenn die hierbei nothwendige Vorsichtsmafsregel getroffen wird, dafs die anderen in der Brücke enthaltenen Widerstände so grofs im Vergleich zu w_1 gewählt werden, dafs der äufsere Widerstand nicht in irgend

---

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. 156 p. 156.
[2]) Poggendorff's Annalen Bd. 138 p. 280.
[3]) Wiedemann's Annalen Bd. 11 p. 656.
[4]) Berliner Monatsberichte 1879 p. 280.
[5]) Wiedemann's Annalen Bd. 15 p. 80.
[6]) Elektrotechnische Zeitschrift 1883 Bd. 4 p. 200 ff.

nennenswerther Weise durch die entstehenden Nebenschlüsse beeinflufst wird, falls man dieselben nicht in Rechnung ziehen will. Leider stand mir weder ein so empfindliches Elektrodynamometer, wie es für eine derartige Messung erforderlich ist, noch ein für diesen Zweck geeignetes Telephon zur Verfügung, so dafs von Vergleichsversuchen mit dieser Methode gänzlich abgesehen werden mufste. Es läfst sich aber wohl mit grofser Sicherheit annehmen, dafs diese Methode ausgezeichnete Resultate liefern mufs, da sie ja die Bestimmung des inneren Widerstandes mit fast beliebig grofser Genauigkeit ermöglicht.

3. Widerstandsbestimmung in der Wheatstone'schen Brücke.

Wie Frölich[1]) nachgewiesen hat, bleiben die Beziehungen der 4 Widerstände in der Wheastone'schen Brücke dieselben, wenn auch in allen Zweigen elektromotorische Kräfte wirken. Man kann also den inneren Widerstand des arbeitenden Elementes mit der Wheatstone'schen Brücke bestimmen. Die Anordnung wäre etwa folgende. Man schaltet in die eine Seite der Brücke (Fig. 6) das durch w_1 geschlossene Element ein und trägt dafür Sorge, dafs die Widerstände a, b, c und g so grofs sind, dafs der durch sie gebildete Nebenschlufs den Widerstand des äufseren Schliefsungskreises nur so wenig verändert, dafs man diese Veränderung vernachlässigen kann. Da die elektromotorische Kraft der Mefsbatterie gröfser sein wird als die des Elementes und derselben entgegen wirkt, so braucht man in den Batteriezweig keinen besonderen Widerstand einzuschalten. G ist ein Galvanometer, dessen Nadel durch einen Richtmagneten in die Nulllage zurückgeführt wird. Man mifst nun den Widerstand der Combination, wie bei der vorigen Methode, und berechnet daraus w_i. Es ist noch zu bemerken, dafs ein Fehler bei der Bestimmung des Widerstandes zwischen C und D einen etwas gröfseren Fehler für w_i zur Folge hat. w_1 wird, den Bedingungen der Praxis entsprechend, gegen-

[1]) Elektrotechnische Zeitschrift VII, p. 483.

über w_i erheblich gröfser sein, etwa 4 bis 5 mal so grofs. Der Widerstand zwischen C und D ist $= W = \frac{w_i \cdot w_l}{w_i + w_l}$

Nehmen wir hierin $w_l \cong 4\, w_i$, so wird

$$W = \frac{4\, w_i^{\,2}}{5\, w_i} = \frac{4}{5}\, w_i\,,$$

$$w_i = \frac{5}{4}\, W,$$

somit wird auch ein bei der Bestimmung von W begangener Fehler $\frac{5}{4}$ mal so grofs für w_i. Dies gilt auch für die vorige Methode. Nachstehend folgen einige mit dieser Methode ausgeführte Messungen für die Daueruntersuchung. Es bezeichnen hier, wie auch bei allen folgenden Messungsangaben, E und w_i die genauen Werthe, welche, wie schon oben erwähnt, mit Hülfe der neuen Methode bestimmt worden sind, E' und w_i' die mit der zu prüfenden Methode erhaltenen.

No.	Zeit nach Schliefsung des Elementes	E	E'	Fehler	w_i	w_i'	Fehler
1	60′	1,864	1,855	0,5%	0,088	0,085	3,4%
2	80′	1,854	1,848	0,3%	0,091	0,089	2,2%
3	100′	1,845	1,836	0,5%	0,092	0,089	3,3%
4	120′	1,830	1,824	0,3%	0,095	0,093	2,1%
5	140′	1,824	1,819	0,3%	0,097	0,095	2,1%
			Mittel	0,4%		Mittel	2,6%

Das bei diesen Messungen verwendete Galvanometer war ein transportables Thomson'sches Spiegel-Galvanometer [1]).

[1]) Frölich, Lehre von der Elektrizität und dem Magnetismus 1878 p. 387 ff.

welches einen Strom von 0,0000002 Ampère durch einen Ausschlag von 1 mm anzeigte, wenn die Skala ca. $^3/_4$ m vom Instrument entfernt stand. Die Meſsbatterie bestand aus 8 Bunsen-Elementen, ihre elektromotorische Kraft war demnach etwa 10 mal so groſs als die Potentialdifferenz an den Polen des geschlossenen Elementes. Trotzdem war der Ausschlag am Galvanometer für eine schon erhebliche Abweichung des Ausdrucks $\frac{a}{b}$ c von W noch ziemlich klein. Hätte man einen genügend stärkeren Meſsstrom angewendet, was indessen schon eine sehr groſse Meſsbatterie erfordert hätte, so würden die mit dieser Methode erhaltenen Resultate wohl eine noch gröſsere Uebereinstimmung mit den nach der Vergleichungsmethode erhaltenen Werthen gezeigt haben. Daſs alle Werthe für w_i zu klein sind, liegt daran, daſs stets von einem zu kleinen Meſswiderstande ausgegangen wurde, den man so lange vergröſserte, bis das Galvanometer keine Ablenkung mehr zeigte. Würde man auch die andere Grenze, bei welcher keine Ablenkung mehr auftrat, von einem zu groſsen Meſswiderstand ausgehend, bestimmt haben, so würde ein aus beiden Messungen gebildeter Mittelwerth wahrscheinlich eine sehr groſse Uebereinstimmung mit dem genauen Werthe ergeben haben. Die zu einer Messung erforderliche Zeit war indessen so groſs, daſs von der zweiten Messung abgesehen werden muſste.

4. Ohm'sche Methode zur Bestimmung von E und w_i.

Die Ohm'sche Methode[1]) zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft und des inneren Widerstandes einer galvanischen Kette setzt zwei Strommessungen bei verschiedenem äuſseren Widerstande voraus. Die Methode würde für eine Daueruntersuchung in folgender Weise anzuwenden sein. Die eine Strommessung geschieht bei dem gegebenen äuſseren Widerstand, mit welchem das Element arbeiten soll, die zweite wird unter Veränderung des äuſseren Widerstandes

[1]) Schweigger's Journal 58 p. 416.

in dem zur Messung der anderen Constanten bestimmten Augenblicke vorgenommen. Ist die zweite Messung erfolgt, so wird das Element wieder durch den ersten Widerstand geschlossen. Bezeichnet w_l den äufseren Leitungswiderstand, mit welchem das Element untersucht wird, J die Stromstärke, welche bei dem äufseren Widerstand $= w_l$ vorhanden ist, J' die Stromstärke bei der Messung von E resp. w_l, und w' den dazu gehörigen Widerstand, dann ist nach der bekannten Formel

$$E = \frac{J\,J'}{J - J'}\,(w' - w_l)$$

$$w_i = \frac{J'\,w' - J\,w_l}{J - J'}$$

Die Stromstärken bei der Ohm'schen Methode wurden mit einer Siemens'schen Tangentenbussole [1]) gemessen, deren Reduktionsfaktor durch Vergleichung mit dem voltametrisch geaichten Spiegelgalvanometer, von dem weiter unten noch ausführlicher die Rede ist, bestimmt worden war. Die Tangentenbussole war hinter einen Zusatzwiderstand ϱ (Fig. 7) parallel zu dem äufseren Widerstande geschaltet, wodurch bei beiden Stromstärken der Ablenkungswinkel nur wenig von 45^0 verschieden erhalten wurde, was im Interesse der Genauigkeit der Strommessung liegt. Die Strommessung mit dieser Tangentenbussole war, wie durch wiederholte Versuche constatirt wurde, fast stets bis auf $3-4\,{}^0/_{00}$ genau.

Die zur zweiten Messung erforderliche Zeit betrug im Durchschnitt nur $8''$, da der Unterschied beider Ablenkungswinkel sehr klein war, und die Nadel in Folge dessen rasch zur Ruhe gelangte.

Die mit der Ohm'schen Methode ausgeführten 5 Messungen sind zu verschiedenen Zeiten nach Schliefsung des Elementes angestellt worden, um zu zeigen, wie der Fehler beständig wächst mit fortschreitender Zeit. Es hat dies natürlich seinen Grund darin, dafs die Polarisation bei der

[1]) Wiedemann, Lehre von der Elekrizität Bd. III p. 253.

gröfseren Stromstärke mit wachsender Zeit einen relativ viel gröfseren Werth erreicht.

No.	Zeit nach Schliefsung des Elementes	E	E'	Fehler	w_i	w_i'	Fehler
1	45′	1,937	2,087	7,7%	0,083	0,133	60,2%
2	75′	1,906	2,087	9,4%	0,083	0,133	60,2%
3	135′	1,859	2,100	12,9%	0,089	0,150	68,5%
4	180′	1,813	2,118	16,7%	0,098	0,203	107 %
5	240′	1,640	2,160	31,7%	0,159	0,515	192 %
			Mittel	15,7%		Mittel	97,6%

5. Paalzow's Methode.

Die von Paalzow angegebene Methode[1]) ist im Grunde genommen die Ohm'sche Methode, bei welcher die Strommessung auf eine andere Weise, nämlich durch eine Messung von Potentialdifferenzen, vorgenommen wird. Principiell wird sie daher für den vorliegenden Zweck dieselben Nachtheile haben wie die Ohm'sche Methode, für die Ausführung dürfte sie vielleicht manche Bequemlichkeit bieten.

6. Methode von Mance.

Die Mance'sche Methode[2]) beruht auf einer Abänderung der Wheatstone'schen Drahtcombination zur Bestimmung von Widerständen und läfst sich anscheinend vortheilhaft zu Daueruntersuchungen verwenden, da sie eine sogenannte Nullmethode ist. Der zur Bestimmung des inneren Widerstandes verwendete Strom braucht nur einen Augenblick anzudauern, da nur die Constanz der Nadelablenkung beobachtet wird;

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. 135 p. 326.

[2]) Proceedings of the Royal Society of London Bd. 19 p. 248 (1871 19. Jan.).

der Strom ist indessen sehr viel gröfser als der erste, was eine plötzliche starke Abnahme der elektromotorischen Kraft zur Folge hat, wodurch sehr erhebliche Fehler entstehen können, namentlich, wenn das Element schon längere Zeit gearbeitet hat. Hat man ein sehr empfindliches Galvanometer zur Verfügung, so kann man durch Einschalten eines Widerstandes ϱ in die Linie CD die Zunahme der Stromstärke beim Schlusse von CD auf einen so kleinen Wert herabdrücken, als es die Empfindlichkeit des Galvanometers eben zuläfst. Soltareff[1]) hat für die vorteilhaftesten Bedingungen bei der Mance'schen Methode eine Reihe von Vorschriften aufgestellt, die indessen natürlich im vorliegenden Falle einige Modificationen erleiden müssen. Für die Daueruntersuchungen ist die Schlittenanordnung zu wählen, da der äufsere Widerstand nicht verändert werden darf. Das Element E wird in der in Fig. 8. angegebenen Weise in die Brückencombination eingeschaltet. AB ist ein ausgespannter calibrirter Brückendraht von bekanntem Widerstande, c ist ebenfalls ein bekannter Widerstand; G ist ein Galvanometer vom Widerstande g und wird parallel zu dem Drahte AB eingeschaltet. Zwischen C und D ist ein Schlüssel angebracht. Es werden nun $(a + b)$ und c so gewählt dafs der äufsere Widerstand

$$w_l = \frac{(a+b)\ (g+r)}{a+b+g+r} + c$$

die gewünschte Gröfse bekommt.

Ein grofser Uebelstand bei dieser Methode sind die bei der plötzlichen Stromzunahme auftretenden Extraströme, welche mitunter einen gröfseren Fehler bedingen können, als selbst die eintretende Abnahme der elektromotorischen Kraft[2]). Man kann diese Extraströme auf das geringste erreichbare Maafs beschränken, indem man erstens für alle Widerstände nur bifilar gewickelte Drähte benutzt und zweitens den Widerstand ϱ in der Verbindung CD möglichst

---

[1]) Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft 16 p. 142 ff.

[2]) Guglielmo, Atti di Torino 20 p. 279 ff.

grofs wählt. Guglielmo giebt noch einige andere Hülfsmittel an, die indessen etwas complicirter Natur sind. Die mit dieser Methode angestellten Messungen haben ein ziemlich ungünstiges Resultat ergeben, was zum Theil mit auf die Unvollkommenheit des benutzten Instrumentes zu schieben ist. Letzteres war nämlich dasjenige, welches auch bei der neuen Methode Verwendung gefunden hat, ein gewöhnlicher Poggendorff'scher Multiplikator[1]) von ziemlich roher Ausführung. Wie bei der Ohm'schen Methode sind 4 Messungen bei verschiedenen Zuständen des Elementes angestellt worden.

No.	Zeit nach Schliefsung des Elementes	E	E'	Fehler	w_i	w_i'	Fehler
1	30′	1,918	1,827	4,7%	0,083	0,052	37,4%
2	75′	1,889	1,785	5,5%	0,083	0,048	42,2%
3	105′	1,870	1,747	6,6%	0,085	0,042	50,6%
4	135′	1,842	1,762	4,4%	0,088	0,062	29,5%
			Mittel	5,3%		Mittel	39,9%

7. *Siemens'sche Methode.*

Die von Siemens[2]) angegebene Methode zur Bestimmung von w_i ist in der von Frölich benutzten Modification folgende. Das Element E (Fig. 9) wird in der aus der Skizze ersichtlichen Weise mit den Widerständen b und c zu einem Stromkreise vereinigt. In einem Nebenschlufs zu c wird ein empfindliches Galvanometer von so hohem Widerstand eingeschaltet, dafs dieser Nebenschlufs für die Rechnung vernachlässigt werden kann. Zwischen C und D befindet sich ein Widerstand a, C kann beliebig mit A oder B verbunden werden. Ist der Widerstand c so abgeglichen, dafs das Gal-

[1]) Wiedemann, Lehre von der Elektrizität Bd. III p. 256 ff.

[2]) Poggendorff's Annalen, Jubelband p. 446 ff.

vanometer denselben Ausschlag giebt, wenn C mit A oder B verbunden wird, dann ist $w_i = c$.

Für die Daueruntersuchung ist die Anordnung des Versuches am besten in der Weise zu treffen, dafs man zwischen D und A in den Batteriezweig einen veränderlichen Widerstand ϱ bringt, während c einen constanten Werth behält, der natürlich gröfser sein mufs als w_i; es wird dann ϱ so lange verändert, bis die Galvanometernadel beim Umschalten ruhig bleibt. Nach beendeter Messung bringt man ϱ wieder auf seinen ursprünglichen Werth, der so gewählt ist, dafs $\varrho + b + c$ gleich dem gewünschten äufseren Widerstande ist. Das bei dieser Methode benutzte Instrument war das Siemens'sche astatische Spiegelgalvanometer [1]). Es ergaben sich folgende Werthe für E' und w_i' gegenüber E und w_i:

No.	Zeit nach Schliefsung des Elementes	E	E'	Fehler	w_i	w_i'	Fehler
1	30′	1,918	1,900	1,0%	0,083	0,077	7,2%
2	75′	1,889	1,883	0,3%	0,083	0,081	2,4%
3	105′	1,870	1,853	0,9%	0,085	0,079	7,1%
4	135′	1,842	1,849	0,4%	0,088	0,092	4,5%
			Mittel	0,65%		Mittel	5,3%

8. *Fechner'sche Methode zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft.*

Fechner [2]) vergleicht die elektromotorischen Kräfte zweier Ketten unter Anwendung eines Galvanometers mit sehr hohem Widerstande durch direkte Vergleichung der Ausschläge; es wird dabei der innere Widerstand der Kette gegenüber dem grofsen Widerstande des äufseren Schliefsungs-

[1]) Wiedemann, Lehre von der Elektrizität Bd. III p. 303.
[2]) Poggendorff's Annalen Bd. 45 p. 232.

kreises vernachlässigt. Bedient man sich hierbei eines nach absolutem Maafse graduirten Instrumentes, so kann man ohne Vergleichung die elektromotorische Kraft in absolutem Maafse bestimmen. Man verwendet gewöhnlich ein Torsionsgalvanometer[1]), wie sie von der Firma Siemens & Halske angefertigt werden, und benutzt dasselbe auch gleichzeitig zur Strommessung. Die Anordnung des Versuches wird dabei in folgender Weise getroffen. Das zu untersuchende Element E (Fig. 10) wird durch den gewünschten Widerstand w_l geschlossen, zu welchem das Torsionsgalvanometer parallel geschaltet ist. Letzteres besitzt einen Widerstand von 100 Ohm; ein mit ihm verbundener Widerstandskasten ermöglicht es, je nach Belieben 900 und 9900 Ohm vorzuschalten; ist kein Widerstand vorgeschaltet, so ist $1^0 = 0{,}01$ Volt, bei vorgeschalteten 900 Ohm bedeutet 1^0 0,1 Volt, bei 9900 Ohm 1^0 1 Volt, während der das Instrument durchfliefsende Strom bei 1^0 stets 0,0001 Ampère ist. Da der innere Widerstand der zu untersuchenden Elemente gewöhnlich wohl unter 0,5 Ohm ist, so wird der durch Vernachlässigung desselben bei der Bestimmung der elektromotorischen Kraft begangene Fehler bei der Empfindlichkeit $1^0 = 0{,}01$ Volt unter $^1/_2$ %, bei der Empfindlichkeit $1^0 = 0{,}1$ Volt aber unter $^1/_2$ ‰ bleiben.

Die Messung des Stromes geschieht mit einer für die Praxis weitaus hinreichenden Genauigkeit unter Vernachlässigung des Galvanometerstromes durch Bestimmung der Potentialdifferenz an den Enden von w_l mit Hülfe des Torsionsgalvanometers. Es ist dann $J = \frac{E_p}{w_l}$, wenn E_p diese Potentialdifferenz bezeichnet. Dann unterbricht man w_l, so dafs das Element nur noch durch das Galvanometer geschlossen ist, bestimmt E, und schliefst dann sofort wieder durch w_l. w_i wird aus E und J berechnet;

$$w_i = \frac{E}{J} - w_l$$

[1]) Wiedemann, Lehre von der Elektrizität Bd. III p. 331.

Es ist auch hier sehr deutlich zu constatiren, dafs der an sich schon sehr beträchtliche Fehler mit der nach Beginn des Versuchs verflossenen Zeit noch sehr erheblich wächst. Obgleich diese Methode sich durch grofse Einfachheit der Messungen und Rechnung auszeichnet und in Folge dessen in der Praxis häufig Verwendung gefunden hat, dürfte sie auch bei sehr bescheidenen Anforderungen hinsichtlich der Genauigkeit sich doch wohl als ungenügend erweisen, sofern es sich nicht etwa um Untersuchungen mit sehr grofsem äufseren Widerstand, wie z. B. bei Telegraphenelementen, handelt.

No.	Zeit nach Schliefsung des Elementes	E	E'	Fehler	w_i	w_i'	Fehler
1	45′	1,937	2,080	7,4%	0,083	0,129	55,4%
2	75′	1,906	2,060	8,1%	0,083	0,133	60,2%
3	135′	1,859	2,040	9,7%	0,089	0,150	68,5%
4	180′	1,813	2,040	12,4%	0,098	0,178	81,4%
5	240′	1,640	1,960	19,5%	0,159	0,295	85,5%
6	270′	1,510	1,910	26,5%	0,180	0,372	106,7%
			Mittel	12,3%		Mittel	76,3%

Aus den mitgetheilten Vergleichsmessungen ergiebt sich, dafs zwar die Brückenmessung und die Siemens'sche Methode die von der Praxis geforderte Genauigkeit erreicht haben, indessen waren bei beiden Methoden so vorzügliche Instrumente benutzt worden, wie sie dem Elektrotechniker wohl kaum für eine Daueruntersuchung zur Verfügung stehen werden. Wäre dies nicht der Fall gewesen, so würden besonders die Resultate bei der Siemens'schen Methode wahrscheinlich so erheblich ungenauer geworden sein, dafs sie auch für die Praxis bei weitem nicht mehr genügt hätten.

Bei den anderen drei Methoden waren die Fehler durchweg sogar sehr bedeutend.

Es ist also nachgewiesen, dafs in der That von allen bis jetzt bekannten Methoden nur 4 die gewünschte Genauigkeit ermöglichen, dazu aber ausnahmslos sehr empfindlicher Instrumente bedürfen, wie sie die Praxis wohl nur in seltenen Fällen zur Verfügung haben wird. Eine Modifikation einer dieser Methoden, nämlich die Anwendung eines Telephones bei der Wechselstrommethode, dürfte nach den oben erwähnten Versuchen von Lefs und Hallwachs zwar die geforderte Genauigkeit von 2—3 % gestatten, verlangt aber bei der Anwendung besondere, in der Praxis fast nicht zu erreichende Bedingungen, wie z. B. fast absolute Ruhe im Untersuchungslocal u. s. w., so dafs die Anwendung dieses einfacheren Instrumentes unthunlich wird.

Ich glaube somit, durch die vorstehenden Ausführungen das Bedürfnifs nach einer Methode, welche den Anforderungen der Praxis in jeder Hinsicht genügt, hinlänglich dargethan zu haben. Wie schon oben gesagt, hatte ich mir die Aufgabe gestellt, eine Methode zu finden, die bei einfacher Handhabung zur Erzielung einer für die Praxis wohl in allen Fällen ausreichenden Genauigkeit von 2—3 % nur eines ganz einfachen und wohlfeilen Instrumentes bedarf. Als solches ist wohl in allen Laboratorien und elektrotechnischen Werkstätten der schon oben erwähnte Poggendorff'sche Multiplikator[1]) verbreitet, da er sehr häufig als Galvanometer in der Wheatstone'schen Brücke, sowie als Anzeiger für schwache Ströme benutzt wird. Dieses Instrument wird von vielen Fabriken in fast derselben Construktion und denselben Dimensionen hergestellt und ist im Handel überall für den geringen Preis von etwa 20 Mark zu erlangen. Es wird also gerade die Benutzung dieses so allgemein verbreiteten und leicht zu beschaffenden Instrumentes die Anwendung der neuen Methode überall ermöglichen.

[1]) Wiedemann, Lehre von der Elektrizität Bd. III p. 256 ff.

Eine neue Methode für die Daueruntersuchung.

Bei der Mance'schen Methode (Fig. 8) wurde die Genauigkeit der Resultate in so hohem Maſse dadurch beeinträchtigt, daſs bei Herstellung der Verbindung CD die Stromstärke erheblich wuchs und sich in Folge dessen elektromotorische Kraft und innerer Widerstand bedeutend änderten. Zugleich waren die dabei auftretenden Extraströme von sehr störendem Einfluſs. Brachte man einen Widerstand ϱ zwischen C und D, so konnte die Stromzunahme herabgemindert und der Extrastrom geschwächt werden, allein gleichzeitig nahm in demselben Maſse auch die Veränderung der Stromstärke im Galvanometerzweige während des Schlusses von CD bei einem w_l nicht entsprechenden $\frac{a}{b}$ ab, so daſs der hierdurch erreichte Vortheil durch eine verminderte Gröſse der Nadelablenkung fast gänzlich wieder aufgehoben wird.

Man kann aber sofort wieder eine erhöhte Empfindlichkeit des Instrumentes erreichen, wenn man den Widerstand im Galvanometerzweige klein macht und durch einen Richtmagneten die Galvanometernadel auf null zurückführt, somit in diejenige Lage bringt, bei welcher das Galvanometer am empfindlichsten ist.

Bezeichnet man mit P die bei Schluſs von CD eintretende Aenderung der Potentialdifferenz zwischen A und B, so ist die Aenderung des durch den Galvanometerzweig flieſsenden Stromes $= \frac{P}{g,}$ wenn g der Widerstand im Galvanometerzweige ist. Je kleiner also g wird, desto gröſser ist für ein bestimmtes P die Stromzunahme, die bei der überdies erreichten gröſseren Empfindlichkeit des Instrumentes in Folge der Nulllage der Nadel auch noch einen relativ

gröfseren Ausschlag geben würde, wenn nicht der Richtmagnet seinen in dieser Hinsicht sehr ungünstigen Einfluſs geltend machte, durch welchen die Empfindlichkeit wieder erheblich herabgemindert wird, wenn sich auch schon eine weit gröfsere Genauigkeit mit dieser Einrichtung erzielen läſst als ohne dieselbe. Doch tritt auch noch ein anderer Nachtheil auf. Der Widerstand im Galvanometerzweige ist jetzt so klein, daſs er erstens w_l gegenüber nicht mehr vernachlässigt werden kann, sondern mit in Rechnung gezogen werden muſs, und zweitens die Aenderung der Potentialdifferenz zwischen A und B beim Schlusse von CD vermindert.

Alle diese Nachtheile aber kann man beseitigen und die Empfindlichkeit des Instrumentes noch bedeutend erhöhen, wenn man folgenden Weg einschlägt. Man bringt im Galvanometerzweige noch eine elektromotorische Kraft E' (Fig. 11) an, die gerade gleich der Potentialdifferenz zwischen A und B, aber dieser entgegengesetzt gerichtet ist. Jetzt kann man den Widerstand im Galvanometerzweige so klein machen als möglich, und damit bei bestimmter Aenderung der Potentialdifferenz zwischen A und B die Stromänderung im Galvanometerzweige auf das erreichbare Maximum bringen, ohne daſs irgend einer der oben erwähnten Nachtheile eintritt. Es durchfliefst jetzt den Galvanometerzweig bei offenem CD gar kein Strom, d. h. der Nebenschluſs durch denselben zu dem Drahte AB kann als nicht vorhanden angesehen werden; somit wird der Widerstand im äuſseren Schliefsungskreise nicht beeinfluſst, sondern es bleibt

$$w_l = a + b + c,$$

und die Gröfse des Widerstandes im Galvanometerzweige wird gänzlich belanglos.

Es soll gleich an dieser Stelle betont werden, daſs also durch die Einführung einer elektromotorischen Kraft in den Galvanometerzweig nicht, wie z. B. bei der Bosscha'schen Methode, ein unbekannter und variabler Widerstand in den äuſseren Schliefsungskreis eingeführt wird, oder durch die

Wirkung dieser zweiten elektromotorischen Kraft eine Polarisation des zu untersuchenden Elementes hervorgebracht werden kann; es bewirkt vielmehr weder das Anlegen noch Entfernen des ganzen Nebenschlusses zu $A\,B$ irgend welche Aenderung im Hauptstromkreise des zu untersuchenden Elementes, weil ja durch diesen Nebenschluſs kein Strom geht. Da bei A keine Stromverzweigung stattfindet, so erreicht auch die Aenderung der Potentialdifferenz zwischen A und B beim Schlusse von $C\,D$ den gröſstmöglichen Werth, und endlich ist die Galvanometernadel in der Nulllage, die Empfindlichkeit also am gröſsten, ohne daſs ihr, wie im vorigen Falle durch den Richtmagneten, irgend ein Abbruch gethan wird. Der durch diese Anordnung der Mance'schen Methode gegenüber erreichte Vortheil ist so bedeutend, daſs die Empfindlichkeit bei Benutzung desselben Instrumentes etwa 500 mal so groſs wird. Ein Versuchsbeispiel ergiebt am augenscheinlichsten den Beweis.

Bei der Mance'schen Methode muſste die Stromzunahme 300 % gewählt werden, damit bei einer Veränderung von $\frac{a}{b}$ um 10 % ein merkbarer Ausschlag entstand; benutzte man hingegen die oben beschriebene Anordnung, so genügte eine Stromzunahme von 12 %, um bei einer Veränderung von $\frac{a}{b}$ um $\frac{1}{2}$ % eine Ablenkung der Galvanometernadel erkennen zu lassen, was, wie leicht ersichtlich, einer 500 mal gröſseren Empfindlichkeit entspricht. Der Widerstand des Galvanometerzweiges betrug im zweiten Falle etwa den fünfzigsten Theil von dem bei der Mance'schen Methode, während die Empfindlichkeit in Folge der Nulllage der Nadel etwa 10 mal so groſs geworden war.

Nachstehend folgen eine Anzahl Messungen nach dieser Methode bei Benutzung des Poggendorff'schen Multiplikators. Obgleich derselbe für den vorliegenden Fall nicht die geeignetste Beschaffenheit in Hinsicht auf Windungszahl und Gröſse der Spulen hatte, so sind doch die erhaltenen Resul-

tate aufserordentlich günstig und erreichen an Genauigkeit die mit dem feinen Thomson'schen Spiegelgalvanometer ausgeführten Brückenmessungen vollkommen.

No.	Zeit nach Schliefsung des Elementes	E	E'	Fehler	w_i	w_i'	Fehler
1	60′	1,864	1,854	0,54%	0,088	0,085	3,4%
2	80′	1,854	1,848	0,32%	0,091	0,089	2,2%
3	100′	1,845	1,839	0,32%	0,092	0,090	2,2%
4	120′	1,830	1,823	0,38%	0,095	0,093	2,1%
5	140′	1,824	1,818	0,32%	0,097	0,095	2,1%
			Mittel	0,38%		Mittel	2,4%

Um nun im Galvanometerzweige eine der Potentialdifferenz $A\,B$ entgegengesetzte von gleicher Gröfse zu erzeugen, verwendet man am einfachsten folgende Anordnung (Fig. 12). Man schaltet in den Galvanometerzweig einen veränderlichen Widerstand $A'\,B'$ ein, an dessen Enden irgend eine möglichst constante Stromquelle E', z. B. ein Daniellelement, so angeschlossen ist, dafs es dem Galvanometer denselben Pol zukehrt, wie das zu untersuchende Element. Man wählt nun $A'\,B'$ so, dafs kein Strom durch das Galvanometer fliefst, welche Einstellung natürlich vor jeder Messung von neuem geschehen mufs, da die Potentialdifferenz $A\,B$ entsprechend den Veränderungen im Element ebenfalls variirt.

Die zur Berechnung von E nothwendigen Gröfsen der Stromstärke waren sowohl bei den eben mitgetheilten Vergleichsversuchen als auch bei denen der Mance'schen Methode mit Hülfe des schon erwähnten Spiegelgalvanometers mit gröfstmöglicher Genauigkeit bestimmt worden, um bei den Vergleichszahlen von E keinen fremden Einfluſs wirken zu lassen, welcher die Gröfse der von der ungenauen Bestimmung des inneren Widerstandes herrührenden Fehler in unbekannter Weise verändert hätte.

Für die praktische Anwendung der neuen Methode bleibt aber die Aufgabe der Stromstärkenbestimmung noch zu lösen. Mit Hülfe des gegebenen Instrumentes kann weder bei direkter noch bei Nebenschlufsschaltung aus der Gröfse der Nadelablenkung die Stromstärke bestimmt werden, weil die Ablesung viel zu ungenau ist — die Theilkreisscheibe hat nur etwa 50 mm Durchmesser — ganz abgesehen davon, dafs der Ausschlag bei der so erheblichen Länge der Nadeln auch nicht annähernd einem einfach aufzustellenden Gesetze folgt, so dafs schon eine sehr umständlich auszuführende von Theilstrich zu Theilstrich fortschreitende Graduirung des Instrumentes erfolgen müfste. Man wäre also gezwungen, für die Strommessung noch ein zweites, dafür geeigneteres Instrument zu benutzen, wenn es nicht dennoch möglich wäre, auch mit dem gegebenen Instrumente eine Bestimmung der Stromstärke mit der geforderten Genauigkeit von 2—3% zu erreichen. Est ist dies auf folgende Weise gelungen. Obwohl das Instrument nur eine von 5 zu 5 Grad fortschreitende und dabei noch ziemlich rohe Theilung besitzt, welche, wie eben erwähnt, nur eine sehr ungenaue Bestimmung der Ablenkung gestattet, so ist es dennoch möglich eine bestimmte Stellung der Nadel unter Anwendung eines möglichst dünnen Zeigers und eines kleinen, aus einem Drahthäkchen bestehenden Visires stets mit ziemlich grofser Genauigkeit wiederzufinden. Da man aus Rücksicht auf die schon ziemlich starken Ströme bei der Daueruntersuchung eine grofse Ablenkung wählen mufs, um die Ablesung an der Brücke — die gleich näher beschrieben werden wird —, nicht zu ungenau werden zu lassen, so würde die Nadel in eine so unempfindliche Region kommen, dafs trotz des eben angegebenen Verfahrens noch eine zu grofse Ungenauigkeit bedingt würde. Ich habe diesen Uebelstand folgendermafsen umgangen. Als Nulllage der Nadel wurde nicht 0^0 gewählt, sondern 70^0, indem man dem Instrument die entsprechende Stellung zum magnetischen Meridian ertheilte; der Strom lenkt jetzt die Nadel nach null hin ab und letztere kommt bei einer gewissen Stromstärke in die Nähe von 0^0. Es wurde nun eine Ablenkung von 90^0 ge-

wählt (so dafs also die Nadel auf — 20° zu stehen kam), weil sie noch eine sehr grofse Empfindlichkeit ergab — eine Vergröfserung der Potentialdifferenz um $^1/_2\%$ hatte bereits einen merkbaren Ausschlag zur Folge — die Nadel sich aber nicht mehr in der bei 0° herrschenden Region einer Art labilen Gleichgewichts befand, in welcher sie für jede Stromstärke 2 Stellungen einnehmen konnte. Vor das Galvanometer war noch ein Widerstand $r = 100$ *S. E.* geschaltet, (Fig. 12), da sich sonst die Strecke AD so klein ergeben hätte, dafs sehr erhebliche Ablesungsfehler bei ihrer Bestimmung unvermeidlich gewesen wären. Es wurde nun durch eine Reihe von Versuchen, auf welche hier nicht näher eingegangen werden kann, bestimmt, dafs dieser Ablenkung von 90° eine Potentialdifferenz von 0,262 Volt zwischen den beiden Punkten A und D des in Fig. 12 angegebenen Schema's entsprach. Es kommt nun nur noch darauf an, das Instrument stets nur mit dieser einen Ablenkung zu benutzen, und dies konnte mit der schon zu anderen Zwecken vorhandenen Einrichtung sehr einfach bewerkstelligt werden. Man schaltet nämlich das Instrument mit dem Zusatzwiderstande r zwischen den Punkt A und den Schlitten D und verschiebt nun letzteren so lange, bis die gewünschte Ablenkung von 90° erreicht ist. Alsdann ist der Strom J im äufseren Schliefsungskreise $J = \frac{a}{w}$, wenn w den Widerstand der Drahtlänge AD bezeichnet, die, als dem calibrirten Brückendrahte angehörig, aus dem Stande des Schlittens D abzulesen ist. Die Nebenschliefsung durch den Galvanometerzweig kann vollkommen vernachlässigt werden, da der Widerstand desselben w gegenüber so grofs ist, dafs der hierdurch entstehende Fehler bei der Stromstärkenbestimmung im Mittel etwa $1{,}5\,^0/_{00}$, die Verminderung des äufseren Widerstandes dagegen nur etwa $0{,}3\,^0/_{00}$ beträgt. Da die Versuche zur Bestimmung der Potentialdifferenz zwischen A und D bei der gewählten Nadelablenkung von 90° weniger als 1% Abweichung ergaben, so ist umgekehrt daraus zu entnehmen, dafs der Fehler bei der Bestimmung der Stromstärke nach der eben

erörterten Methode, ebenfalls kleiner sein wird als 1%. Hierdurch wird bei Berechnung von E der Fehler für letztere noch um etwa ebenfalls 1% gröfser, als er es in Folge der ungenauen Widerstandsbestimmung ist. Zur Erreichung einer bequemen Handhabung war nun folgende definitive in Fig. 12 ersichtlich gemachte Anordnung getroffen. $M\,N\,O\,P$ sind die 4 Näpfe eines Quecksilberumschalters und in der angegebenen Weise mit der Drahtcombination verbunden. Zur Stromstärken-Bestimmung wird das freie Ende von r in M eingelegt und damit das Galvanometer hinter den Widerstand r zwischen A und D geschaltet; bei der Widerstandsbestimmung ist dagegen N mit P verbunden; das Galvanometer liegt hinter der Combination $A'\,E'\,B'$ an $A\,B$. Zur Widerstandsbestimmung selbst wird der Schlufs von $C\,D$ durch Einlegen des Bügels in M und O erreicht. Die neue Methode löst also die gestellte Aufgabe vollkommen, indem sie bei einfacher Handhabung, unter Benutzung des gegebenen Instrumentes, die Bestimmung der Constanten für die Daueruntersuchung mit einer Genauigkeit von mindestens 2—3% gestattet.

Zur Bestimmung der genauen Werthe bei den Vergleichsmessungen wurde, wie schon oben erwähnt, ebenfalls die neue Methode, aber unter Benutzung des Siemens'schen astatischen Spiegelgalvanometers, verwendet. Es kann alsdann die Stromzunahme bei Schlufs von $C\,D$ durch Vergröfserung von ϱ so klein gemacht werden, dafs E und w_i nur noch sehr geringe Veränderungen erleiden, während eine sehr kleine Abweichung des inneren Widerstandes vom Ausdruck $\frac{a\,c}{b}$ sich doch durch eine hinreichend grofse Nadelablenkung zu erkennen giebt. Gleichzeitig gestattet dann diese Methode eine genaue Controlmessung durch Bestimmung der Potentialdifferenz zwischen A und B. Die Anordnung des Versuches (Fig. 13) war in diesem Falle die folgende. Der Brückendraht $A\,B$ bestand aus einem 3 m langen Neusilberdraht von 2 mm Durchmesser; auf demselben war der Schlitten D verschiebbar. Der Neusilber-

draht war nach der von Braun[1]) angegebenen Methode calibrirt worden und erhielt durch einige Correktionen eine genügende Homogenität, so dafs die Längen den Widerständen direkt proportional gesetzt werden konnten. An den Enden A B des Brückendrahtes waren die Drähte r und v, resp. s und w angelöthet. r führte zum Kohlenpol des Elementes, s zum Widerstande c, der ebenfalls aus 2 mm dickem Neusilberdraht bestand und bifilar aufgewickelt war. Die Verbindung zwischen diesem Drahte und dem Zinkpol des Elementes wurde durch 2 Drähte t und u hergestellt, zwischen welchen sich ein Quecksilberausschalter befand, der den Strom bequem zu schliefsen und zu unterbrechen gestattete. Von dem Punkte C, dem Zinkpol des Elementes, führte ein Draht zum Punkte S, wo sich ein später näher beschriebener Stromschlufsapparat befand, von S aus führte eine Leitung durch einen Rheostaten ϱ nach dem Schlitten D. Der Draht v führte vom Punkte A zu dem Spiegelgalvanometer, der Draht z von diesem zu einem Widerstande $m = 50$ Ohm, dessen anderes Ende B' durch w mit B verbunden war. An A' und B' war eine aus 10 Daniellelementen bestehende Batterie E' nebst einem Rheostaten n und einem Torsionsgalvanometer T angeschlossen. Die Daniellelemente waren mit Zinkvitriollösung angesetzt, so dafs während des kurzen Augenblickes einer Messung bei dem geringen Strom von etwa $0{,}_{015}$ Ampère ihre elektromotorische Kraft und ihr innerer Widerstand wohl als vollkommen constant angesehen werden durften. Der in dem Kreise A' B' T circulirende Strom wurde mit dem Torsionsgalvanometer T gemessen; letzteres hatte einen Widerstand von 100 Ohm und ein Strom von $0{,}_{0001}$ Ampère brachte eine Ablenkung von 1^0 hervor. Die Potentialdifferenz A' B' war dann

$$P = 50 \,.\, 0{,}_{0001} \,.\, a,$$

wenn a die Ablenkung in Graden am Torsionsgalvanometer war und kein Strom durch G ging, somit die Potentialdifferenz A' B' gleich der zwischen A und B war.

---

[1]) Centralzeitung für Optik und Mechanik 4, p. 134.

Die 4 Rollen des Spiegelgalvanometers hatten zusammen 46 902 Umwindungen und, hintereinandergeschaltet, einen Widerstand von 5726,4 Ohm bei 20° C. Dasselbe Galvanometer wurde auch benutzt, um die Stromstärke im Drahte AB zu messen. Zu diesem Zweck war folgende Einrichtung getroffen (Fig. 14). Durch einen Umschalter konnte das Galvanometer im Nebenschluſs zu einem Widerstande $g = 15$ S. E. hinter zwei Widerstände e und f geschaltet, an AB angelegt werden. e war 995 S. E., f 980 S. E.; waren nur f und g eingeschaltet, so betrug also der Widerstand im Nebenschluſs zu AB 995 S. E. (mit Vernachlässigung der Verzweigung durch das Galvanometer), war dagegen auch e eingeschaltet, so war der Widerstand 1990 S. E.

Durch eine groſse Anzahl von Aichungen war nun der Reduktionsfaktor des Spiegelgalvanometers in der Verzweigung mit dem Widerstande $f + g$ bestimmt worden, indem der durch AB gehende Strom mit einem Kupfervoltameter gemessen wurde. Es würde hier zu weit führen, sämmtliche Versuchsresultate mitzutheilen; es wurden im Ganzen etwa 20 Versuche angestellt, die eine mittlere Abweichung von nur etwa $2\,{}^0/_{00}$ ergaben. Die Skala stand etwa 1,3 m entfernt vom Instrument; die Spiegelablesung war objectiv [1]). Wurde noch e in den Galvanometerzweig eingeschaltet, so konnte ein Skalentheil der doppelten Stromstärke entsprechend angenommen werden, da der durch Vernachlässigung der Verzweigungen entstehende Fehler nur etwa $^1/_4\,{}^0/_{00}$ ist, somit gegen Beobachtungsfehler vollkommen verschwindet. Zum Ueberfluſs war das Spiegelgalvanometer noch mit einer Kohlrausch'schen Normalbussole verglichen worden, deren Reduktionsfaktor durch Bestimmung der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus gewonnen war. Diese auf einem mehrstündigen Versuche beruhende Controle ergab eine Uebereinstimmung beider Instrumente bis auf etwa $^3/_4\,{}^0/_{00}$. Es bleibt noch übrig zu erwähnen, daſs die Unveränderlichkeit des Reduktionsfactors für das Spiegelgalvano-

[1]) Du Bois-Reymond, Poggendorff's Annalen Bd. 95 p. 607.

meter durch von Zeit zu Zeit vorgenommene Controlaichungen constatirt wurde. Die Verbindung mit dem Umschalter zum Zwecke der doppelten Benutzung des Galvanometers war in der durch Fig. 14 ersichtlich gemachten Weise hergestellt. Das Umlegen des Bügels der Pohl'schen Wippe, von welcher beide Diagonalstreifen entfernt waren, bewirkte die Einschaltung entweder zur Strom- oder Widerstandsmessung, während bei O durch einen Stöpselausschalter das Galvanometer für sich allein ausgeschaltet werden konnte, um den mit dem magnetischen Meridian veränderlichen Nullpunkt der Skala stets bestimmen zu können, was nothwendig war, weil die Ablenkung aus örtlichen Rücksichten nur nach einer Seite hin abgelesen werden konnte. Die Messungen selbst wurden so vorgenommen, dafs im gegebenen Zeitpunkt zunächst u_i bestimmt wurde, nachdem der Schlitten durch einen Vorversuch kurz vorher bereits annähernd auf den richtigen Punkt gestellt worden war. Einen Augenblick nach erfolgter Widerstandsbestimmung wurde die Potentialdifferenz $A' B'$ durch Messung der Stromstärke mit dem Torsionsgalvanometer bestimmt, während in beiden Fällen n so gewählt war, dafs durch das Spiegelgalvanometer kein Strom flofs. War diese Ablesung erfolgt, so wurde der Bügel der Pohl'schen Wippe umgelegt und die Stromstärke festgestellt. Sämmtliche Messungen nehmen nur einige Sekunden in Anspruch, wenn sie von zwei Beobachtern ausgeführt werden, von denen der eine das Spiegelgalvanometer und der andere das Torsionsgalvanometer bedient, da Widerstandsmessung und die Ablesung am Torsionsgalvanometer fast zu gleicher Zeit erfolgen können, und die Messung der Stromstärke bei der vorzüglichen Dämpfung des Spiegelgalvanometers etwa 6—8 Sekunden darauf vorgenommen werden kann. Von dem Ausdruck $\frac{a}{b} c$ mufs natürlich noch der Widerstand r abgezogen werden (Fig. 13), ebenso wie zu c noch $s + t + u$ hinzuzurechnen sind. Bei den Versuchen war $r = 0{,}0227$ Ohm, $c + s + t + u = 0{,}2602$ Ohm,

$a+b = 0{,}2606$ Ohm, so dafs $w_l = a+b+c+s+t+u+r$ gleich 0,5435 Ohm war.

Es erwies sich nicht als vortheilhaft, die Empfindlichkeit des Spiegelgalvanometers so grofs als möglich zu wählen, da die alsdann auftretenden, bedeutenden und sehr rasch verlaufenden Ablenkungen die Beobachtung sehr erschwerten; ich zog es vielmehr vor, die bei der Widerstandsbestimmung erfolgenden Schwankungen der Nadel nur gering, etwa 10—20 Skalentheile zu machen und dieselben durch ein Vergrölserungsglas zu beobachten. Bei der gewählten gegenseitigen Stellung der Richtmagnete entsprach einem Ausschlag von 1 Skalentheil im Mittel ein Strom von $0{,}000\,000\,001\,8{,}9$ Ampère. Durch die später erwähnten Versuche war ermittelt worden, dafs bei einer Stromstärke von 2—3 Ampère eine Stromzunahme von 1 % noch keine merkbare Aenderung von w_l hervorruft; es konnte also diese Stromzunahme und dementsprechend ϱ im Mittel = 29,4 Ohm gewählt und dabei w_l während der Messung als constant vorausgesetzt werden.

Die Dauer des Stromschlusses ist nun so zu wählen, dafs das Maximum des Ausschlages erzielt wird, wenn w_l nicht dem Ausdruck $\frac{a}{b}\,c$ entspricht. Die beim Schlusse von CD eintretende Ablenkung ist indessen von 2 Faktoren abhängig, erstens von der Aenderung der Potentialdifferenz AB in Folge des $\frac{a}{b}\,c$ nicht entsprechenden w_l, und zweitens von der Abnahme der elektromotorischen Kraft bei der eintretenden Stromvergrölserung. Diese beiden Ablenkungen, deren algebraische Summe der wirklich auftretende Ausschlag ist, haben aber, entsprechend ihren Ursachen, einen ganz verschiedenen Charakter. Die Aenderung der Potentialdifferenz AB, hervorgerufen durch Nichtübereinstimmung von w_l mit $\frac{a}{b}\,c$, bleibt von dem Momente ihres Entstehens beim Schlusse von CD ab in gleicher Gröfse bestehen, solange der Schlufs CD währt (natürlich abgesehen von der mit der Zeit all-

mählich eintretenden Abnahme in Folge der im Element vorgehenden Veränderungen), der dadurch hervorgerufene Strom besteht also ebenfalls vom ersten Moment ab in gleicher Stärke und bringt somit die bekannte erst beschleunigte, dann verzögerte Ablenkung der Nadel hervor. Ganz anders verhält es sich aber mit der durch die Abnahme der elektromotorischen Kraft erzeugten Ablenkung; diese ist proportional der Zeit, welche seit der Herstellung des Schlusses von *CD* verflossen ist. Wie an anderer Stelle schon erwähnt, geht bei einer eintretenden Stromzunahme der der ersten Stromstärke entsprechende Werth der elektromotorischen Kraft stetig fallend in den der zweiten Stromstärke zugehörigen Werth über, die Abnahme der elektromotorischen Kraft ist demnach proportional der Zeit und somit auch die dadurch hervorgerufene Ablenkung, vorausgesetzt, dafs die Stromabnahme so langsam erfolgt, dafs keine Schwankung der Nadel eintritt. Dies war bei dem benutzten Instrument der Fall; bei den weiter unten erwähnten Versuchen wurde constatirt, dafs die Ablenkung bei eintretender Abnahme der elektromotorischen Kraft ohne irgend welche Schwankungen vollkommen gleichmäfsig rasch so lange abnahm, bis die Nadel ihren zweiten Stand erreicht hatte. Dies war für geringe Stromänderungen unabhängig von der Gröfse der Stromzunahme und dem Zustande des Elementes stets nach etwa 4—5″ der Fall. Es würde zu weit führen, an dieser Stelle hierauf näher einzugehen.

Aus dem eben Gesagten folgt, dafs die Gröfse des definitiven Ausschlages dann das Maximum erreicht, wenn die w_t-Ablenkung den gröfsten Werth pro Zeiteinheit hat, ganz gleichgültig, wie grofs die ganze durch die Abnahme der elektromotorischen Kraft hervorgerufene Ablenkung ist, vorausgesetzt, dafs die Zeit der letzteren gröfser sei als die der ersteren, wie es bei dem benutzten Instrument in der That der Fall war.

Es bleibt nun noch zu ermitteln, wann bei dem benutzten Instrument das Maximum des Ausschlages pro Zeiteinheit eintritt. Da ich nicht in der Lage war, das Spiegel-

galvanometer zur Bestimmung der für eine solche Berechnung[1]) nothwendigen Dimensionen auseinander nehmen zu können, so war ich genöthigt, auf experimentellem Wege mir die gewünschte Auskunft zu verschaffen und gelangte dabei zu folgenden Ergebnissen.

Bei einer Wirkung des Stromes

während	0,7″	wurden	38 %	somit pro	1″	54,2 %
„	1,1″	„	65 %	„	„	59,1 %
„	1,4″	„	90 %	„	„	64,3 %
„	1,6″	„	100 %	„	„	62,5 %
„	2,4″	„	130 %	„	„	54,2 %

des definitiven Ausschlages erzielt. Hieraus ergiebt sich also, dafs das Maximum des Ausschlages pro Zeiteinheit bei einer Stromdauer von 1,4″ eintritt; dies ist also auch die günstigste Zeitdauer für den Schluſs von CD.

Nimmt man an, eine Abnahme der Potentialdifferenz zwischen A und B ergiebt eine Ablenkung nach links (wie es bei der benutzten Anordnung der Fall war), so entspricht also der Abnahme der elektromotorischen Kraft ebenfalls eine Ablenkung nach links, während bei zu grofsem $\frac{a}{b}\,c$ eine Ablenkung nach rechts, bei zu kleinem $\frac{a}{b}\,c$ eine solche nach links erfolgt. Der wirklich eintretende Ausschlag, die algebraische Summe beider, ist bei zu grofsem $\frac{a}{b}\,c$ eine Ablenkung nach rechts, wenn die w_i-Ablenkung gröfser ist als die E-Ablenkung, oder eine verzögerte Ablenkung nach links im umgekehrten Falle, während bei zu kleinem $\frac{a}{b}\,c$ eine beschleunigte Ablenkung nach links erfolgt. Ist dagegen $w_i = \frac{a}{b}\,c$, dann tritt eine gleichmäfsig rasche Ablenkung nach links ein. Da man eine Verzögerung der Ablenkung

[1]) Wiedemann, Lehre von der Elektrizität Bd. III p. 313 ff.

besser erkennen kann als eine Beschleunigung, so geht daraus die praktische Regel hervor, stets von einem zu grofsen $\frac{a}{b}\,c$ auszugehen und $\frac{a}{b}$ so lange zu verkleinern, bis beim Schlusse von CD eben keine Verzögerung in der nach links erfolgenden Ablenkung mehr erkennbar wird; ist dies eingetreten, dann ist $w_i = \frac{a}{b}\,c$. Genau das Gleiche gilt natürlich auch bei Benutzung eines anderen Instrumentes, allein beim Poggendorff'schen Multiplikator z. B. lassen sich die hierbei auftretenden geringen Ströme nicht mehr in den Ablenkungen unterscheiden, und man ist daher gezwungen, davon gänzlich abzusehen und den nach rechts liegenden w_i-Ausschlag so grofs zu wählen, dafs er den E-Ausschlag noch um so viel übertrifft, dafs eine merkbare Ablenkung nach rechts eintritt.

Zur Herstellung des Schlusses von CD während einer beliebigen Zeit wurde die in Folgendem beschriebene Einrichtung benutzt, die aus einem Pendel bestand, dessen Platinspitze eine Quecksilberrinne von gemessener Breite durchstrich. Das Pendel war gebildet von einem ca. $4^1/_2$ m langen dünnen Stahldraht, an dessen unterem Ende eine Eisenkugel sich befand. Durch passende Wahl der Amplitude und der Breite der Quecksilberrinne konnte jede Zeit von 2 bis zu 0,01 Sekunden eingestellt werden. Das Pendel wurde durch einen Elektromagneten in seiner erhobenen Lage festgehalten und durch Unterbrechung des Stromes in letzterem im gewünschten Moment in Bewegung versetzt. Es erübrigt noch zu erwähnen, dafs das Pendel in so grofser Entfernung aufgehängt war, dafs seine Bewegungen, sowie der Magnetismus des Elektromagneten keinen Einfluſs auf die benutzten Strommefsinstrumente hervorbrachte, und dafs durch geeignete Vorkehrungen eine Verzögerung der Pendelbewegung durch remanenten Magnetismus des Elektromagneten genügend vermieden war. Es soll nun an einem Versuchsbeispiel die hierbei erreichte Genauigkeit und die Uebereinstimmung von Rechnung und Experiment dargethan werden.

Wird $C\,D$ geschlossen, so ist die Potentialdifferenz zwischen A und B

$$P' = \frac{E}{x + a + \frac{\varrho\,(b + c)}{\varrho + b + c}} \left\{ a + \frac{\varrho\, b}{\varrho + b + c} \right\}$$

Ist $x = \frac{a}{b}\, c$, so ist $P = P'$, somit der Galvanometerstrom derselbe, d. h. null. Hierbei ist $x = w_i + r$ gesetzt, da ja der ganze Widerstand zwischen A und C als $\frac{a}{b}\, c$ bestimmt wird; $r = 0{,}02274$ Ohm.

Es war nun x bestimmt worden und hatte $a = 832$ mm ergeben, während gleichzeitig der Strom J 3,032 Ampère betrug. Alsdann wurde der Schlitten auf $a' = 842$ mm gestellt und bei einem 1,4″ währenden Schluſs von $C\,D$ eine Ablenkung von $1^3/_4$ Skalentheilen nach rechts constatirt, während im ersten Falle die Nadel sofort mit gleichförmiger Geschwindigkeit nach links abgelenkt wurde. Im ersten Falle war $x = \frac{a}{b}\, c = 0{,}09986$ Ohm, somit $w_i = 0{,}07712$ Ohm. Im zweiten Falle würde sich $x = \frac{a'}{b'}\, c = 0{,}10152$ Ohm und $w_i = 0{,}07878$ Ohm ergeben haben; folglich wäre bei $a' = 842$ mm der innere Widerstand um $0{,}00166$ Ohm $= 21{,}6\,{}^0/_{00}$ zu groſs bestimmt worden.

Wird zunächst vorausgesetzt, die elektromotorische Kraft sei während des Schlusses von $C\,D$ constant geblieben, dann ist die Potentialdifferenz zwischen A und B bei geschlossenem $C\,D$

$$P' = \frac{E}{x + a' + \frac{\varrho\,(b' + c)}{\varrho + b' + c}} \left\{ a' + \frac{\varrho\, b'}{\varrho + b' + c} \right\}$$

$P' = 0{,}79021036$ Volt, während die Potentialdifferenz bei offenem $C\,D$

$$P = \frac{E\,(a + b)}{x + a + b + c} = 0{,}79013685 \text{ Volt war.}$$

Es hat somit die Potentialdifferenz zwischen A und B beim Schlufs von CD um 0,00007351 Volt zugenommen. Da der Widerstand im Galvanometerzweige 5774 Ohm betrug, so entspricht dieser Zunahme der Potentialdifferenz ein Strom im Galvanometer von $i = 0{,}000000012\,73$ Ampère, was bei einem Strome von 0,000000001839 Ampère für 1 Skalentheil einem Ausschlage von nahezu 7 Skalentheilen entspricht. Nun hat aber der Strom im Galvanometer nur 1,4″ gewirkt, somit würde der Ausschlag nur 90% von 7 Skalentheilen, d. h. 6,3 Skalentheile betragen haben. Von diesem Ausschlag ist die nach der entgegengesetzten Richtung liegende Ablenkung in Folge der Abnahme der elektromotorischen Kraft zu subtrahiren, um den wirklich entstehenden Ausschlag zu erhalten.

Da die Widerstandsbestimmung etwa $^1/_4$ Stunde nach begonnener Arbeit des Elementes vorgenommen wurde, so wird man nach den später erwähnten Versuchen etwa 0,2 $^0/_{00}$ Abnahme der elektromotorischen Kraft für 1 $^0/_0$ Stromzunahme zu rechnen haben. Die ganze Zeit der Abnahme ist 4,5″, somit kommen auf die 1,4″ während Zeit der Stromzunahme 0,0662 $^0/_{00}$. Die elektromotorische Kraft war $E = 1{,}882$ Volt, die Abnahme also 0,00011706 Volt. In Folge dieser Abnahme hat die Potentialdifferenz zwischen A und B um

$$\frac{0{,}00011706 \,.\, 0{,}2606}{0{,}6207} = 0{,}000049148 \text{ Volt}$$

abgenommen, was einem Galvanometerausschlage von 4,6 Skalentheilen entspricht. Dieser Ausschlag von 4,6 Skalentheilen ist nun von dem 6,3 Skalentheile betragenden abzuziehen und ergiebt für den wirklich auftretenden Ausschlag 1,7 Skalentheile, was dem durch den Versuch gefundenen vollkommen entspricht.

Für die Berechnung der zu erreichenden Genauigkeit ist nun nicht der wirklich erzielte Ausschlag von 1,7 Skalentheilen mafsgebend, sondern derjenige von 6,3 Skalentheilen, welcher entstanden wäre, wenn keine Abnahme der elektromotorischen Kraft stattgefunden hätte. Es giebt sich ja

auch ein w_i - Ausschlag zu erkennen, der kleiner ist als die durch die Abnahme der elektromotorischen Kraft entstehende Ablenkung, indem er, wie oben dargethan, eine Verzögerung dieser Ablenkung hervorruft. Nimmt man nun an, dafs eine Verzögerung von $^1/_2$ Skalentheil noch sicher zu constatiren ist, was ungefähr der Wirklichkeit entsprechen dürfte, so hätte also ein etwa 13mal kleinerer Strom genügt, um gerade noch erkennen zu lassen, dafs a noch zu grofs ist. Die Abweichung des Ausdrucks $\frac{a}{b}\,c$ bei $a = 842$ mm von w_i war 21,2 $^0/_{00}$, somit kann eine Abweichung von $\frac{21{,}2}{13} = 1{,}6\,^0/_{00}$ noch constatirt werden. Wird nun E aus J und w_i berechnet, so beträgt bei einem Fehler von 1,6 $^0/_{00}$ für w_i der Fehler für E

$$\frac{1{,}6\,.\,0{,}0771}{0{,}6207} \cong 0{,}2\,^0/_{00}.$$

Discussion der Methode.

Da die vorliegende Methode aus der Mance'schen hervorgegangen ist, so werden im Allgemeinen zur Erzielung der gröfsten Genauigkeit dieselben Bedingungen gelten wie für jene; wegen der Eigenart der Methode aber und in Hinsicht auf den Gebrauch bei der Daueruntersuchung werden diese Bedingungen noch mehr Modificationen unterliegen müssen als bei der Mance'schen Methode. Im Allgemeinen dürfte nur die Vorschrift aufzustellen sein, dafs c möglichst gleich dem Mittelwerthe von x wird; es wird dann auch a möglichst gleich b, was in Hinsicht auf den bei der Ablesung von a entstehenden Fehler die gröfste Genauigkeit ermöglicht. Ferner mufs der zwischen A und C enthaltene Drahtwiderstand möglichst klein sein gegenüber w_i weil sonst der bei der Bestimmung von x begangene Fehler sich für w_i bedeutend vergröfsert.

Alle anderen Bedingungen für eine möglichst genaue Messung werden von den Constanten der benutzten Instrumente und anderen durch den speciell vorliegenden Fall gegebenen Verhältnissen abhängen, so dafs weitere allgemeine Vorschriften nicht aufgestellt werden können.

Wie eben gesagt, ist die Methode aus der Mance'schen entstanden, und man kann sie betrachten als eine solche, bei welcher der Galvanometerstrom compensirt worden ist. Es wird der innere Widerstand des Elementes w_i als $\frac{a}{b}\,c$ und der Strom J gemessen, woraus die elektromotorische Kraft $E = J\,(a + b + c + \frac{a}{b}\,c)$ berechnet wird. Man kann aber diese Methode auch als die Poggendorff'sche Compensationsmethode zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente auffassen. Es läfst sich nämlich leicht erkennen, dafs man es hier mit dem Stromschema der Poggendorff'schen Methode zu thun hat. Das Element E (Fig. 15 u. 16) entspricht dem Element E_1 im Poggendorff'schen Schema, c ist der Widerstand ϱ', $a + b$ ist R, und die Batterie P zwischen A' und B' entspricht dem compensirten Element E_2. Dafs durch diese Batterie P ein Strom hindurchgeht, während bei der Poggendorff'schen Methode E_2 stromlos ist, hat seinen Grund in der Nebenschliefsung der Batterie P, durch welche dieser Strom fliefst, während weder in AA' noch BB' Strom vorhanden ist. Es ist dann natürlich an Stelle der elektromotorischen Kraft von E_2 nicht die elektromotorische Kraft der Batterie P, sondern die zwischen den Punkten A' und B' vorhandene Potentialdifferenz zu setzen; man kann A' und B' als die Pole eines ideellen Elementes auffassen, das an Stelle des Stromkreises $PA'B'$ steht und mit einer elektromotorischen Kraft gleich der Potentialdifferenz zwischen A' und B' begabt ist. Nach der Poggendorff'schen Formel ist dann $\frac{E_1}{E_2} = \frac{R + w_i + \varrho'}{R}$. Hierbei ist die elektromotorische Kraft des Elementes E_1 als

die unbekannte, E_2 als die bekannte Gröfse aufzufassen, und man kann E_1 berechnen, wenn man E_2 kennt. E_2 kann aber sehr leicht bestimmt werden, wie es ja in der That bei der Controlmessung dieser Methode geschieht, indem man den Strom, welcher durch $A'B'$ geht, mifst und mit Hülfe des bekannten Widerstandes $A'B'$ die Potenzialdifferenz zwischen A' und $B' = E_2$ bestimmt. Es kommt indessen in der Gleichung $E_1 = \frac{R + w_i + \varrho'}{R} \cdot E_2$ noch die unbekannte Gröfse w_i vor. Man kann jedoch nach Poggendorff diesen unbekannten Widerstand eliminiren, wenn man eine zweite Bestimmung bei verändertem R und ϱ' macht. Es wird dann $\frac{E_1}{E_2} = \frac{(R - R_1) + (\varrho' - \varrho'_1)}{R - R_1}$ wenn R_1 und ϱ'_1 die Werthe der zweiten Messung bezeichnen. Diese zweite Messung wird nun in der That ausgeführt, wenn der Schlufs CD hergestellt wird. Denkt man sich CD geschlossen, so kann man das Schema, wie in Fig. 17 geschehen, in das Poggendorff'sche umwandeln. Es ist hier mit E_2 die Combination $A'B'P$ bezeichnet und $a = R_1$, $\frac{\varrho\,(b + c)}{\varrho + b + c} = \varrho'_1$ der Poggendorff'schen Methode entsprechend anzusehen. Es müfste nun allerdings der Zweig $A\,E_2\,B$ an D liegen, wenn die Gleichung der Poggendorff'schen Methode

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{a + \frac{\varrho\,(b + c)}{\varrho + b + c} + w_i}{a}$$

gelten sollte. Da nun E_2 nicht an D liegt, sondern an B, so mufs man die Potentialdifferenz zwischen A und D aus der zwischen A und B berechnen und diese dann als E_2 in die obige Gleichung einsetzen. Da a, b, c und ϱ bekannt ist, so ergiebt sich die Potentialdifferenz zwischen A und D

$$E'_2 = E_2 \frac{a}{a + \frac{b\,\varrho}{b + c + \varrho}},$$

und man erhält nun

$$E_1 = E_2 \frac{a + \frac{\varrho\,(b+c)}{\varrho + b + c} + w_i}{a} \cdot \frac{a}{a + \frac{b\varrho}{b+c+\varrho}}.$$

Nun hat man zwei Gleichungen und kann w_i eliminiren. Es ergiebt sich dann schliefslich: $E_1 = E_2 \frac{b+c}{b}$. Man erhält also ohne jede weitere Messung auch noch E_1 nach der Poggendorff'schen Methode aus E_2 bestimmt. Selbstverständlich ergiebt dies denselben algebraischen Werth, als wenn man E aus J und dem nach der Mance'schen Methode bestimmten w_i berechnet. Die Potentialdifferenz E_2 ist ja gleich der Potentialdifferenz zwischen A und B, da durch den Galvanometerzweig kein Strom geht, somit $E_2 = J\,(a+b)$. Setzt man diesen Werth in die oben erhaltene Gleichung ein, so bekommt man:

$$E_1 = J\,(a+b)\,\frac{(b+c)}{b}$$
$$= J\left(a+b+c+\frac{ac}{b}\right),$$

welcher Ausdruck mit dem aus J und w_i abgeleiteten identisch ist. Man erhält also nicht etwa eine unabhängige Bestimmung von E, sondern nur einen auf andere Weise abgeleiteten Ausdruck, der mit dem der Mance'schen Methode schon aus dem Grunde algebraisch identisch sein mufs, weil ja in beiden Fällen a, b, c und ϱ dieselben Werthe haben. Genau genommen ist somit die Bestimmung der Potentialdifferenz E_2 zwischen A' und B' keine Controle für E, sondern eine Controlmessung für den Strom J, da $E_2 = J\,(a+b)$ ist. Es dürfte aber immerhin interessant sein, dafs man dieselbe Methode als besondere Modification sowohl der Mance'schen als auch der Poggendorff'schen auffassen kann, von denen die eine w_i, die andere E bestimmt, und die in ihrem Schema eine derartige Verwandschaft nicht ohne Weiteres vermuthen lassen.

Schliefslich sei noch erwähnt, dafs man mittelst der

neuen Methode das Gesetz der Abhängigkeit des inneren Widerstandes und der Polarisation von der Stromstärke bequem feststellen kann, weil die Bestimmungen wirklich nahezu bei der gegebenen Stromstärke erfolgen.

Die Abhängigkeit des inneren Widerstandes von der Stromstärke läfst sich sehr einfach dadurch ermitteln, dafs man bei verschiedenen Stromstärken den inneren Widerstand bestimmt und daraus das Gesetz ableitet. Dabei wird jedoch vorausgesetzt, dafs sich der Widerstand bei einunddersel-ben Stromstärke während der Zeit der Untersuchung nicht geändert habe. Man mufs sich also durch öfters vorzunehmende Controlmessungen bei der zuerst benutzten Stromstärke davon überzeugen, dafs der Widerstand unter denselben Verhältnissen noch derselbe geblieben ist, resp. die Veränderung bei den Vergleichen in Rechnung ziehen. Da man bei diesen Versuchen die Stromstärke ebenfalls bestimmt, so findet man ohne Weiteres auch die Abnahme der elektromotorischen Kraft mit Zunahme der Stromstärke. Letztere kann man aber auch noch auf eine andere Weise ermitteln. Hat man nämlich den Schlitten auf dem Brückendraht so eingestellt, dafs $x = \frac{a}{b} c$ ist, so ist der bei Schlufs von CD erfolgende Ausschlag direkt ein Mafs für die bei der eintretenden Stromzunahme sich ergebende Polarisation. Verändert man nun ϱ, so bekommt man für verschiedene Stromzunahmen die dazu gehörigen Gröfsen der Polarisation und kann zu gleicher Zeit etwaige von der Unsicherheit der Widerstandsbestimmung herrührende Fehler eliminiren. Hierbei wird allerdings w_i als constant vorausgesetzt, während es sich ja mit der Stromzunahme verändert, doch sind bei der Geringfügigkeit derselben die dadurch hervorgerufenen Ablenkungen der Nadel so klein im Vergleich zu dem grofsen in Folge der Polarisation eintretenden Ausschlage, dafs sie vollkommen aufser Betracht fallen. Während nach der ersten Methode die Polarisation bei erheblicher Stromzunahme bestimmt wurde, läfst sich diese mit Vortheil für kleine Stromstärkenänderungen verwenden.

Ein näheres Eingehen auf die hiernach angestellten Versuche und die daraus abgeleiteten Resultate gehört indessen nicht in den Rahmen der vorliegenden Arbeit, doch glaubte ich diese Anwendung der Methode wenigstens erwähnen zu sollen, da von den hiermit erhaltenen Resultaten einige Male Gebrauch gemacht wurde.

Zum Schlusse möge noch als Beispiel für eine Daueruntersuchung der folgende mit Hülfe der neuen Methode ausgeführte Versuch mitgetheilt werden.

Die Anordnung war die auf p. 41 beschriebene, das untersuchte Element das stets bisher benutzte. Dasselbe wurde durch $w_l = 0{,}5435$ Ohm zur Zeit $0^h\ 0'$ geschlossen und nach fünf Minuten die erste Bestimmung der Constanten vorgenommen. Das Weitere ist aus dem Versuchsprotokoll ersichtlich. E bezeichnet die aus J und w_l, E' die aus der Potentialdifferenz $A'\ B'$ berechnete elektromotorische Kraft (alle weiteren Rechnungen sind nur mit E ausgeführt), J ist die Stromstärke, w_i der innere, W der Gesammtwiderstand. Mit A ist die Gesammtarbeit des Elementes, mit S die Nutzarbeit (im äufseren Schliefsungskreise) bezeichnet, während η das Verhältnifs beider, den Nutzeffekt, darstellt. Die Versuchsdauer war $4^1/_2$ Stunden, nach 3 Stunden $20'$ war indessen die elektromotorische Kraft bereits um genau 10 % gefallen, für die meisten praktischen Zwecke würde also die Untersuchung damit ihren Abschlufs schon erreicht haben, da gewöhnlich 10 % als das höchste zulässige Mafs des Abfalls der elektromotorischen Kraft angenommen wird.

In dem beiliegenden Diagramme sind diese Resultate als Funktionen der Zeit aufgetragen.

Von besonderem Interesse sind nun noch die Mittelwerthe von E, J, w_i, A, S, η während der Zeit, welche vom Anfange der Arbeit verflossen ist bis zu dem Augenblick, wo der Abfall der elektromotorischen Kraft die Gröfse von 10% erreicht hatte. Diese Mittelwerthe sind im Versuchsprotokoll angegeben und wurden erhalten, indem man das Zeitintegral der einzelnen Gröfsen durch die Arbeitszeit des Elementes dividirte.

Aufserdem sind wichtig die Werthe der ganzen vom Element in den 3 Stunden 20′ geleisteten Gesammt- und Nutzarbeit, sowie die von demselben erzeugte Gesammtelektrizitätsmenge. Erstere dienen zu Kostenberechnungen für eine bestimmte von dem Element zu leistende Arbeit, letztere ergiebt den elektrochemischen Nutzeffekt des Elementes, das Verhältnifs des theoretischen zu dem wirklich eingetretenen, durch Messung zu bestimmenden Verbrauche an Elektroden und Ladungsflüssigkeiten. Die Gesamtarbeit ist

$$A = \int E J \, dT = \int\limits_{W} E J \, w_l \, dT + \int\limits_{W} E J \, w_l \, dT = S - L,$$

wobei L die innere Arbeit des Elementes, die in demselben auftretende Joule'sche Wärme bezeichnet.

$$S = \int\limits_{W} E J \, w_l \, dT = \int E J \, \eta \, dT$$

und endlich Q, die gesammte Elektrizitätsmenge ist

$$Q = \int J \, dT.$$

Diese Integrale sind auf die Zeit, während welcher das Element bis zu 10% Abfall der elektromotorischen Kraft arbeitete, zu erstrecken, also

$$(A) = \int_{o}^{3^h \; 20'} E J \, dT$$

$$(S) = \int_{o}^{3^h \; 20'} E J \, \eta \, dT$$

$$Q = \int_{o}^{3^h \; 20'} J \, dT$$

Sämmtliche Integrale wurden aus dem Diagramm mit Hülfe eines Hohmann-Coradi'schen Präcisions-Polarplanimeters ermittelt; die erhaltenen Werthe sind dem Versuchsprotokoll beigefügt.

Versuchs-Protokoll.

Zeit.	E	E'	J	w_i	W
0h 5	1,938	1,939	3,015	0,0951	0,6386
15	1,936	1,933	3,035	0,0944	0,6379
30	1,935	1,932	3,045	0,0929	0,6354
40	1,929	1,931	3,038	0,0915	0,6350
50	1,923	1,923	3,035	0,0901	0,6336
1h 0	1,915	1,915	3,030	0,0886	0,6321
10	1,905	1,903	3,020	0,0872	0,6307
20	1,897	1,897	3,012	0,0862	0,6297
30	1,886	1,886	3,000	0,0853	0,6288
40	1,876	1,876	2,983	0,0853	0,6288
50	1,868	1,868	2,963	0,0871	0,6306
2h 0	1,865	1,863	2,946	0,0897	0,6332
10	1,862	1,860	2,928	0,0924	0,6359
20	1,857	1,855	2,904	0,0960	0,6395
30	1,845	1,846	2,872	0,0990	0,6425
40	1,832	1,835	2,844	0,1007	0,6442
50	1,817	1,817	2,812	0,1026	0,6461
3h 0	1,792	1,793	2,766	0,1045	0,6480
10	1,769	1,770	2,720	0,1068	0,6503
20	1,745	1,747	2,672	0,1094	0,6529
30	1,709	1,703	2,602	0,1133	0,6568
40	1,672	1,666	2,518	0,1205	0,6640
50	1,633	1,639	2,396	0,1382	0,6815
4h 0	1,592	1,600	2,330	0,1556	0,6991
10	1,557	1,560	2,197	0,1670	0,7105
20	1,522	1,521	2,116	0,1859	0,7294
30	1,484	1,478	1,989	0,2028	0,7463

A	S	η	
5,805	4,939	0,8511	Mittelwerthe.
5,875	5,006	0,8520	
5,891	5,039	0,8554	E = 1,875 Volt
5,861	5,016	0,8559	J = 2,942 Ampère
5,836	5,006	0,8578	w_i = 0,0938 Ohm
5,803	4,990	0,8598	η = 0,8512
5,752	4,957	0,8617	A = 5,514 Voltampère pro Sekunde
5,713	4,931	0,8631	
5,659	4,892	0,8643	S = 4,707 Voltampère pro Sekunde
5,595	4,836	0,8643	
5,536	4,772	0,8619	
5,496	4,717	0,8583	
5,452	4,660	0,8547	
5,393	4,584	0,8499	
5,300	4,483	0,8459	
5,211	4,396	0,8437	
5,109	4,298	0,8412	
4,958	4,158	0,8387	(A) = 66 163 Voltcoulomb
4,713	4,021	0,8357	(S) = 56 482 „
4,661	3,880	0,8324	Q = 35 302 Coulomb
4,447	3,680	0,8275	
4,210	3,446	0,8185	
3,912	3,120	0,7968	
3,795	2,951	0,7774	
3,429	2,623	0,7650	
3,266	2,433	0,7451	
2,953	2,150	0,7283	

Literatur-Uebersicht.

1. **Methoden von Ohm**	Schweigger's Journ. 58 p. 416.
2. **Methoden von Wheatstone** . .	Pogg. Ann. 62 p. 526.
3. **Methode von Thomson** . . .	Journ. de Phys. 5 p. 144.
3a. **Methode von Mouton** . .	Journ. de Phys. 5 p. 144.
3b. **Methode von Goodrich** . .	Nature XIX p. 339.
4. **Methode von Discher**	Zeitschrift für Mathem. und Phys. 23 p. 138.
5. **Methode von Mance**	Proc. of the Roy. Soc. of London 19 p. 248.
5a. **Methode von Lodge** . . .	Phil. Mag. (5) III p. 515.
5b **Methode von Guglielmo** .	Atti di Torino 16. Atti di Torino 20 p. 279.
5c. **Methode von Mazotto** . .	Atti di Torino 16 p. 103.
Soltareff, Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. 16 (2) p. 142.	
6. **I. Methode von Siemens** . . .	Pogg. Ann. Jubelband p. 446.
6a. **Methode von R. O. Peirce jr.**	Proc. Amer. Acad. (4) IV p. 137.
7. **II. Methode von Siemens** . . .	W. Siemens, Anweisung zum Gebrauche des Universalgalvanometers.
7a. **Methode von v. Fleischl** .	Wien. Ber. 75 (2) März 1877.
8. **Methode von Fuchs**	Pogg. Ann. 156 p. 156.
8a. **Methode von J. B. Baille** .	Ann. de Chim. et Phys. (5) 23 p. 269.
8b. **Methode von Guglielmo** . .	Atti di Torino 17 (16. Apr. 82.) Atti di Torino 18 (18. Apr. 83.) Riv. Scient. Industr. 13 p. 282.
Streintz, Wien. Anz. 1882 No. 28 p. 266.	
9. **Methode von v. Waltenhofen** . .	Pogg. Ann. 134 p. 218.
9a. **Methode von Raynard** . .	Comp. rend. 65 p. 170.
10. **I. Methode von v. Beetz** . . .	Pogg. Ann. 142 p. 573. Wied. Ann. 3 p. 1.
11. **II. Methode von v. Beetz** . . .	Wied. Ann. 10 p. 371.
12. **I. Methode von Fechner** . . .	Pogg. Ann. 45 p. 165
13. **II. Methode von Fechner** . . .	Pogg. Ann. 45 p. 232.
14. **I. Methode von Poggendorff** . .	Pogg. Ann. 94 p. 172.
14a. **Methode von Lindig** . .	Pogg. Ann. 123 p. 5.
14b. **Methode von Hoorweg** .	Pogg. Ann. 127 p. 140.

15. **II. Methode von Poggendorff** . .	Pogg. Ann. 54 p. 161.
15a. **Methode von v. Waltenhofen**	Dingl. Journ. 172 p. 27.
15b. **Methode von Fuchs** . .	Wied. Ann. 11 p. 795.
15c. **Methode von Maggi** . .	Nature 3 p. 538.
15d. **Methode von Clark** . .	Kempe, Handbuch der Elektricitätsmessungen p. 86.
16. **Methode von Bosscha**	Pogg. Ann. 94 p. 172.
17. **Methoden von Du Bois-Reymond**	Abhandlungen d. Berl. Acad. 1862 p. 707. Reichert's und Du Bois-Reymond's Archiv 1867 p. 419. Pogg. Ann. 142 p. 573.
18. **Methoden von Raoult**	Ann. de Chim. et Phys. (4) 2 p. 317. Ann. de Chim. et Phys. (4) 2 p. 330.
19. **Methode von J. Regnauld** . . .	Ann. de Chim. et Phys. 1855 45 p. 453.
20. **Methode von Paalzow**	Pogg. Ann. 135 p. 326.
21. **Methode von Kohlrausch und Nippold**	Pogg. Ann. 138 p. 280.
21a. **Methode von Kohlrausch** .	Wied. Ann. 11 p. 656.
21b. **Methode von Wietlisbach** .	Berl. Monatsber. 1879 p. 280.
21c. **Methode von Less** . . .	Wied. Ann. 15 p. 80.
21d. **Methode von Hallwachs** .	Elektrotechn. Zeitschr. IV p. 200.
22. **Methode von Fuchs**	Wied. Ann. 21 p. 274.
23. **Methode von v. Lang**	Centralblatt f. Elektrotechnik VII p. 443.
24. **Methode von Frölich**	Elektrotechn. Zeitschr. VII p. 483.
25. **Methode von Samuel**	Bull. de l'Acc. Roy. de Bruxelles (3) 3 p. 499.
26. **Methode von Kempe und Munro** (Preece)	Proc. Roy. Soc. 35 p. 48.
27. **Methode von Noailles**	Lum. électr. 11 p. 186.
28. **Methode von Airton u. Perry** .	Phil. Mag. (5) 16 p. 132.
29. **Methode von Carhart**	Wied. Ann. 27 p. 657.

Fig. 1.

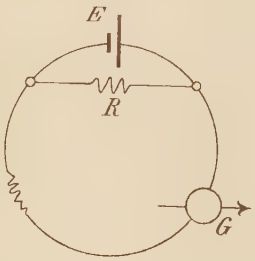


Fig. 2.

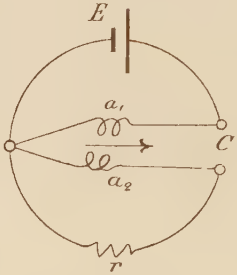


Fig. 3.

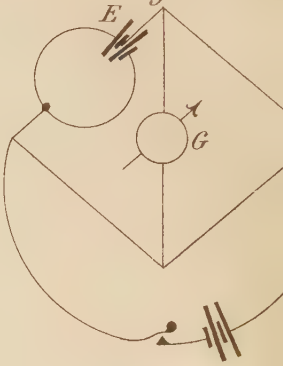


Fig 7.

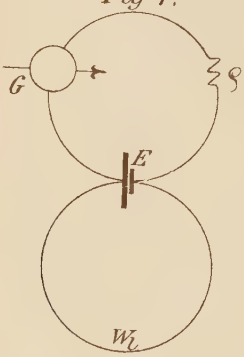


Fig. 8.

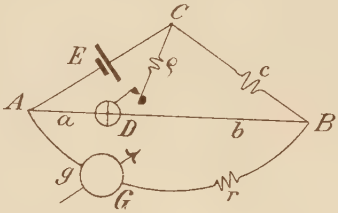


Fig. 9.

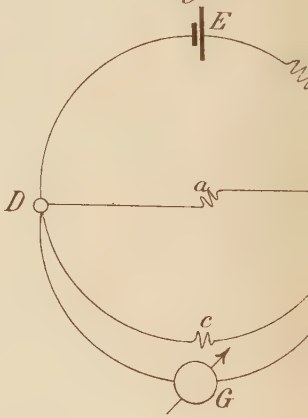


Fig. 11.

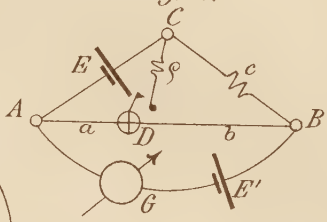


Fig. 10.

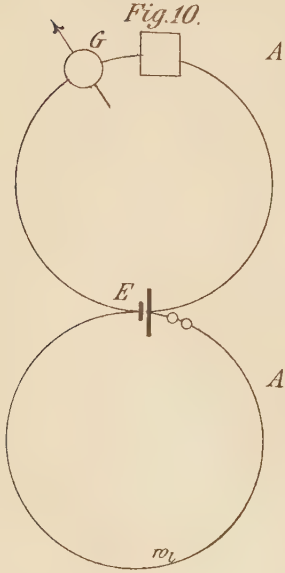


Fig. 12.

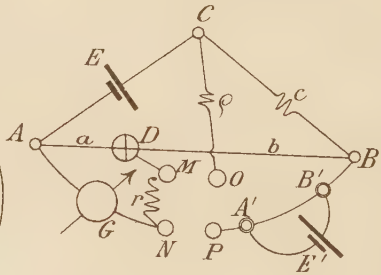


Fig. 13.

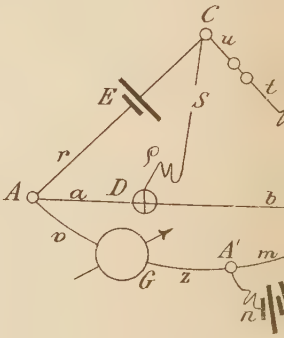


Fig. 4.

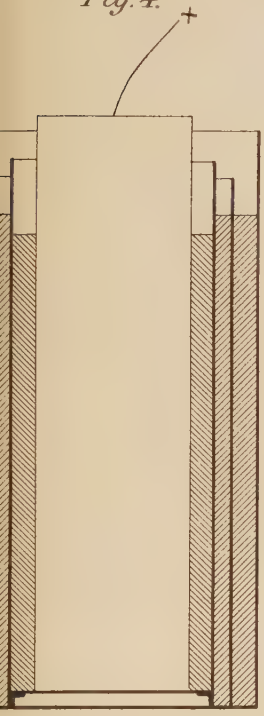


Fig. 5.

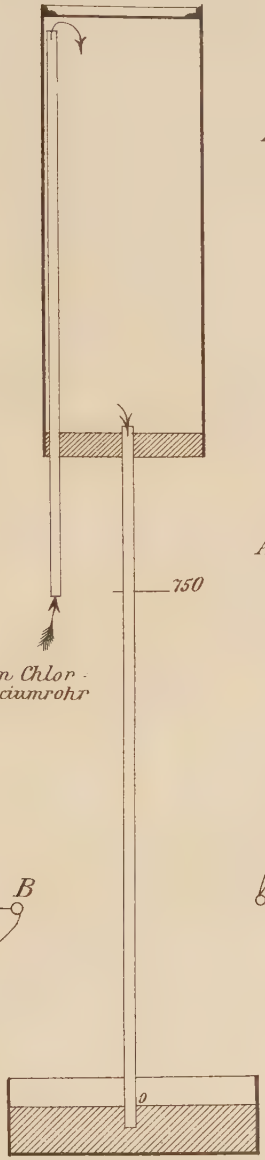


Fig. 6.

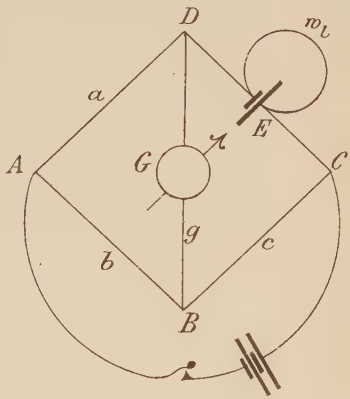


Fig. 15.

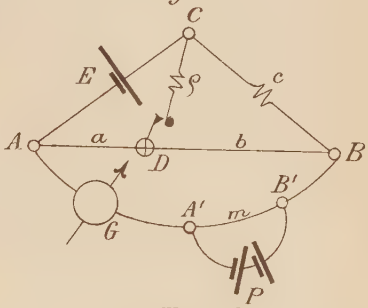


Fig. 16.

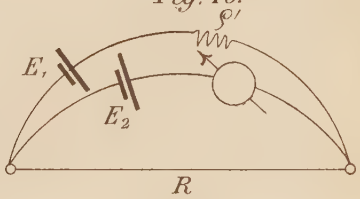


Fig. 14.

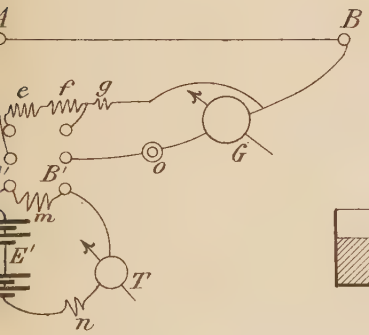
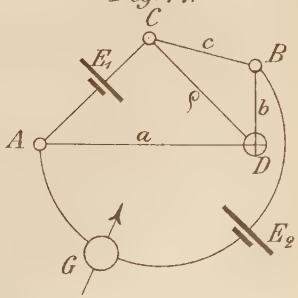
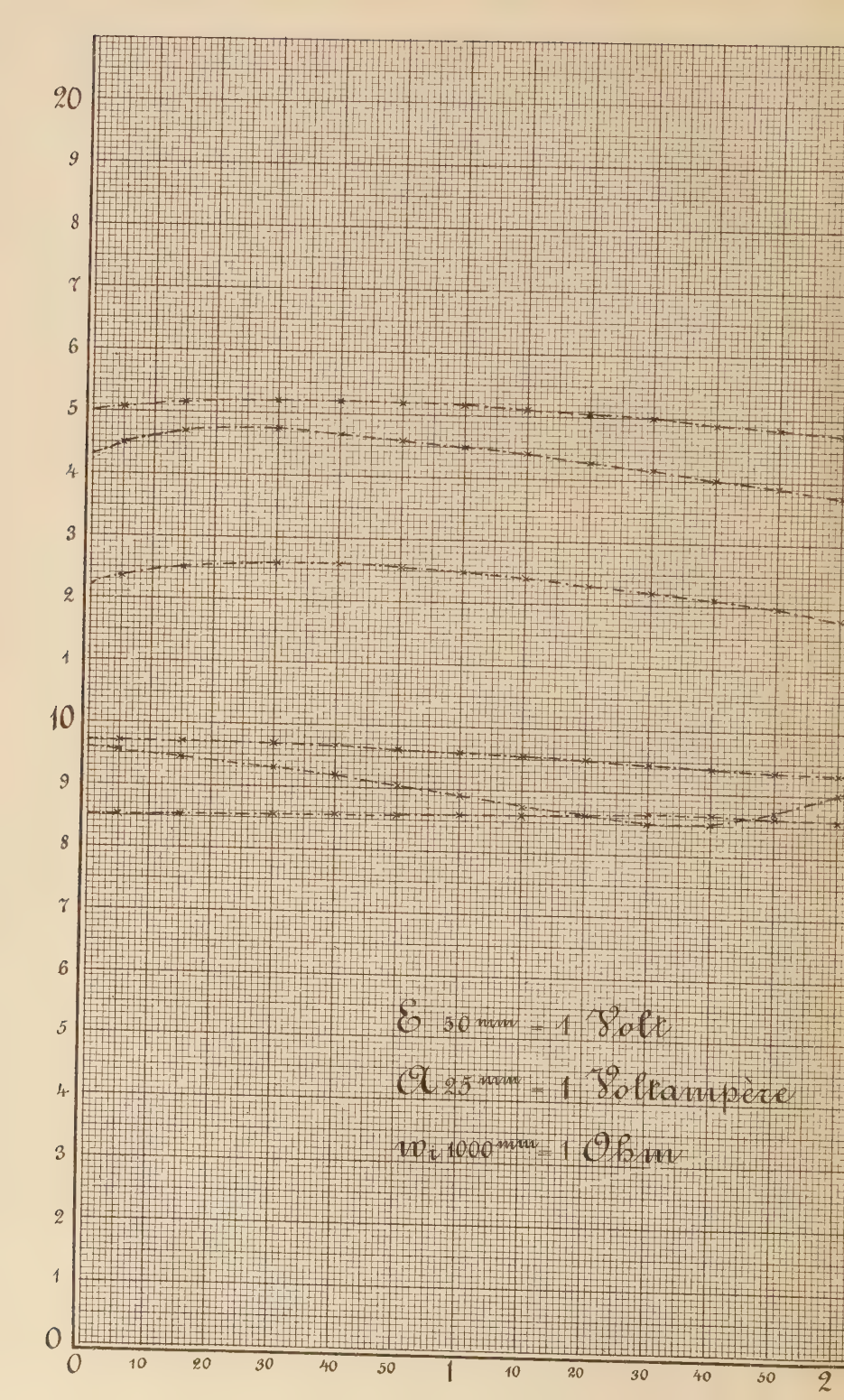
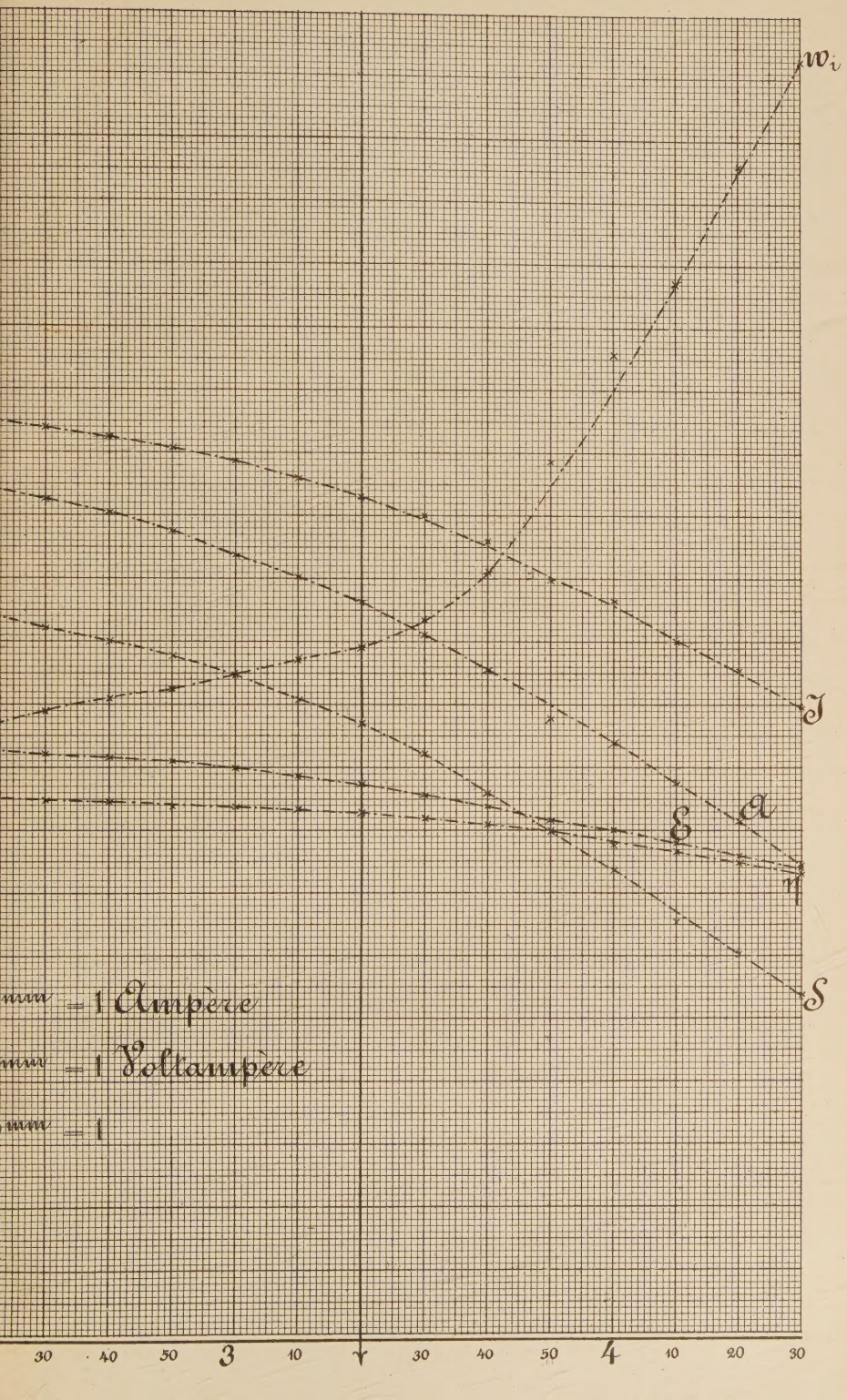


Fig. 17.




E 30 mm = 1 Volt
A 25 mm = 1 Voltampère
w 1000 mm = 1 Ohm



w_i
J
A
E
η
S
mm = 1 Ampère
mm = 1 Voltampère
mm = 1
30
40
50
3
10
30
40
50
4
10
20
30